

Este libro plantea un desafío a los profesores interesados en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, elementos esenciales para ubicarse en el mapa de las corrientes, teorías y proyecciones pedagógicas que, cotidianamente invaden el quehacer docente. Se presentan las principales teorías del aprendizaje que fundamentan el currículo escolar; una visión evolucionista paralela del aprendizaje y la tecnología; una reflexión sobre la nueva forma de acercarse a las matemáticas mediante la experimentación y las representaciones ejecutables; y una reflexión general sobre el papel de la tecnología en las sociedades contemporáneas.

En la obra los autores exponen con rigor científico, pero con lenguaje sencillo las teorías del aprendizaje en competencia, desde la conductista y la piagetiana hasta los nuevos acercamientos socioconstructivistas de cooperación y colaboración. Utilizan los aciertos de los enfoques constructivistas para erigir una explicación del desenvolvimiento de la ciencia en paralelo con las matemáticas y sus implicaciones para el mundo de hoy y de mañana.

El doctor **Luis E. Moreno** se desempeña como investigador titular del Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav.

La doctora **Guillermina Waldegg** es investigadora del Departamento de Investigaciones Educativas del Cinvestav.



www.Santillana.com.mx

Luis E. Moreno • Guillermina Waldegg

## Aprendizaje, matemáticas y tecnología

Una visión integral para el maestro

Santillana

AULA XXI



Santillana

Presenta  
LUIS ENRIQUE MORENO  
GUILLERMINA WALDEGG

---

# **Aprendizaje, matemáticas y tecnología**

**Una visión integral para el maestro**

Coordinador Académico de Aula XXI/México  
Carlos Ornelas

**AULA XXI**  
  
**Santillana**

Aula XXI/Santillana/México

Dirección editorial: Antonio Moreno Paniagua

Edición: Laura M. Valencia Escobar

Diseño de portada: Rocío Echávarri Rentería

D. R. © 2004 por Editorial Santillana, S. A. de C.V.  
Av. Universidad 767, Col. del Valle  
03100, México, D. F.

D.R. © 2004 por Luis Enrique Moreno y Guillermina Waldegg,  
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados (Cinvestav).

Primera edición: agosto de 2004.

ISBN: 970-29-1198-2

Miembro de la Cámara Nacional de la  
Industria Editorial Mexicana. Reg. Núm. 802

Impreso en México

Quedan rigurosamente prohibidas, sin la autorización escrita de los titulares del "Copyright", bajo las sanciones establecidas por las leyes, la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático, y la distribución de ejemplares de ella mediante alquiler o préstamo público.

## Presentación

La colección *AulaXXI/México* se engalana con el pequeño gran volumen de los investigadores y docentes mexicanos Luis E. Moreno y Guillermina Waldegg, *Aprendizaje, matemáticas y tecnología. Una visión integral para el maestro*.

En este libro los autores exponen con rigor científico, pero con lenguaje sencillo, las teorías del aprendizaje en competencia: la conductista y la piagetana. Hay crítica y aceptación, no apología de esas teorías. Lo más valioso, los autores utilizan los aciertos de los enfoques constructivistas para erigir una explicación del desenvolvimiento de la ciencia en paralelo con las matemáticas y sus implicaciones para el mundo de hoy y de mañana.

Los maestros, no nada más los de matemáticas, enriquecerán su intelecto y encontrarán razonamientos convincentes acerca del uso de las tecnologías modernas para mejorar la enseñanza. Los autores se cuidan de no construir fetiches sobre la telemática, señalan las aportaciones y el potencial de esta herramienta para mejorar la educación; el énfasis —y la demostración de calidad— está en el aprendizaje.

Contrario a lo que se pudiera pensar, la orientación del libro no es tecnocrática. Los afanes de los autores se centran en exponer los nexos entre bienestar y democracia como fines deseables y la tecnología como uno más de los instrumentos para alcanzar esos propósitos.

Estoy convencido que este pequeño, claro y excelente libro apoyará a los maestros comprometidos con el aprendizaje de sus alumnos y a los padres de familia les ayudará a entender por qué es necesario que sus hijos aprendan matemáticas. Espero que administradores y políticos que participan en la educación se den tiempo de leer este texto y actúen en consecuencia.

*Aprendizaje, matemáticas y tecnología. Una visión integral para el maestro* es una contribución de primera magnitud al debate de la educación básica en México. ¡Bienvenido!

Carlos Ornelas

Coyoacán, junio de 2004.

# Índice

Presentación	7
Prefacio	11
Introducción	17
<b>Parte I. Fundamentos cognoscitivos del currículo de matemáticas</b>	<b>27</b>
<b>1. Marcos teóricos del aprendizaje</b>	<b>29</b>
Aprendizaje y conducta	29
El conductismo	29
Aportaciones y límites del conductismo	30
El niño en el centro del proceso de aprendizaje	31
Antecedentes	31
La componente estructuralista	33
La componente interaccionista	34
La componente constructivista	35
Aportes de la teoría piagetiana a la educación	36
Los límites del modelo piagetiano	37
El aprendizaje como un proceso social	38
El modelo sociocultural	38
Los sistemas semióticos de representación	39
De lo interindividual a lo intraindividual	40
Desarrollo cognoscitivo y educación	41
La zona de desarrollo próximo	42
Preguntas para la educación	42
Las interacciones cognoscitivas en el aprendizaje escolar	44
El conflicto sociocognoscitivo	44
Las condiciones del conflicto sociocognoscitivo	45
Los progresos cognoscitivos	46
Las interacciones sociocognoscitivas asimétricas	47
La interacción tutorial	47
Las interacciones sociocognoscitivas simétricas	48
La cooperación	48
El aprendizaje en grupo	48
El aprendizaje colaborativo y la cognición distribuida	49
A modo de síntesis: el aprendizaje como un fenómeno individual y social	52

2. Cognición y educación matemática	55
La teoría de las situaciones didácticas	56
La "situación-problema"	56
Algunos resultados de la didáctica de las matemáticas	57
Los tiempos del aprendizaje	57
El papel del error en el aprendizaje	61
El contrato didáctico	63
Los procesos matemáticos	68
Generalización y contexto	68
Reflexión sobre la abstracción	70
Nuevos sistemas de representación	71
La mediación instrumental	72
La cognición situada	74
El significado de las situaciones escolares	75
Parte II. Tecnologías y educación matemática	77
3. Aprendizaje y tecnologías. Evoluciones paralelas	79
Introducción	79
Del gesto a la palabra: sus consecuencias	82
Del origen de la lengua hablada	85
La plasticidad cerebral	87
El lenguaje y los símbolos	88
La construcción de la memoria externa	90
4. Las tecnologías en la educación matemática	95
Introducción	95
Los recursos computacionales en la educación	95
Representaciones ejecutables	99
5. La cultura informática	103
Ciencia y sociedad	103
De redes y personas: una analogía	104
La cultura virtual	105
Consideraciones finales sobre la tecnología	107
Bibliografía	111

## Prefacio

En los años sesenta del siglo XX, muchos países en el mundo emprendieron reformas profundas en sus sistemas educativos; de manera destacada, se incluyó la enseñanza de las matemáticas.

En los orígenes de los movimientos reformistas, estaba en juego una apuesta política y social: reconciliar la ciencia con la cultura en un momento en que los progresos científicos y tecnológicos parecían ser la clave del desarrollo. Para permitir esta reconciliación, había que revisar la enseñanza de las ciencias a fin de acercar la ciencia escolar a la ciencia "real". Esto era cierto, en particular, para las matemáticas por su calidad de *lenguaje universal de la racionalidad científica* y, por tanto, la base de la cultura científica general.

La extensión de la escolaridad obligatoria, que ocurrió de manera casi simultánea en muchos países, y la ampliación de la cobertura de la matrícula definieron un nuevo propósito para la escuela: más que preparar al futuro ciudadano para la vida activa, debía moldear su mente dándole los medios adecuados para adquirir conocimientos y adaptarse a un mundo en rápida evolución.

Frente a estos objetivos, los promotores de las reformas consideraron que la enseñanza de una matemática que enfatizara el papel de las estructuras sería la más adecuada. Este enfoque, más tarde, se difundió como la *matemática moderna* y se convirtió, en apariencia, en la forma más conveniente de lograr un desarrollo constructivista, axiomático y

estructural de las matemáticas escolares, congruente con la evolución de las ideas en esta ciencia.

En adición, la matemática moderna debía contribuir a que la abstracción matemática fuera accesible a todos y reducir, de esta manera, los riesgos del fracaso escolar. Gracias a ella sería posible, al mismo tiempo, poner en evidencia la aplicabilidad universal de las matemáticas.

Esta renovación de contenidos no podía cosechar los frutos esperados sin un cambio de métodos pedagógicos que dieran prioridad a la acción del alumno, principio apoyado con toda claridad en la teoría piagetiana: el niño construye sus conocimientos por medio de acciones reales e interiorizadas, en un proceso de adaptación a su entorno. Con base en esto, a partir de acciones y manipulaciones llevadas a cabo desde los inicios de la escuela elemental, el alumno debía aprehender las estructuras matemáticas fundamentales.

Sostenida por estos principios y portadora de estas esperanzas, la reforma de las *matemáticas modernas* se puso en marcha a principio de los años setenta, y se extendió desde la educación elemental hasta la preuniversitaria. En ningún momento se trataba de una reforma improvisada, ya que desde la década anterior se habían realizado coloquios internacionales y organizado comisiones nacionales para la revisión de los programas de estudio.

Muchos maestros recuerdan todavía estas polémicas y las pasiones que suscitaron los debates académicos. Sin embargo, muy rápido se hizo evidente el distanciamiento entre las ideas fundacionales y la realidad del aula, y aparecieron los efectos perjudiciales derivados de la elección inadecuada.

La enseñanza se desvió hacia un formalismo carente de sentido. En el salón de clases se dedicaba mucho tiempo a definir las nociones de manera precisa y a introducir el vocabulario justo, pero muy poco a trabajar de manera efectiva, a poner en funcionamiento las nociones presentadas. Si agregamos que los maestros, mal preparados para el cambio, se aferraban a lo que podían: las señales exteriores de la reforma, la forma en lugar del fondo, lo que debía ser un auxiliar para la comprensión (el concepto de "conjunto", una notación, por ejemplo) se convirtió pronto en objeto de enseñanza y de evaluación. Se hizo evidente entonces el error cometido: creer que una herramienta fun-

damental del desarrollo de las matemáticas del siglo XX, es decir, la introducción de estructuras unificadoras, debía jugar ese mismo papel principal en la enseñanza, independiente del nivel escolar. Un error cometido por confundir de manera abusiva dos mundos: el de la creación matemática y el de su enseñanza.

El interés de una estructura dada no surge de dos o tres situaciones que puedan asociársele, sino que hace falta que ésta aparezca con una cierta ganancia: que organice, unifique, vuelva más coherentes y eficaces los conocimientos, o propicie una mirada nueva de situaciones viejas. En ese momento, quedó claro que la enseñanza elemental está muy lejos de proporcionar una problemática como la requerida. Quedó claro también que las estructuras más generales, las primeras que se enseñan desde una perspectiva que avanza con lógica de lo simple a lo complejo, rara vez son portadoras de problemas interesantes para la matemática que, al mismo tiempo, sean accesibles a los principiantes.

Muy pronto, los promotores de la reforma se dieron cuenta de las desviaciones del sistema. Se puso en marcha una serie de arreglos a los programas para tratar de atenuar los efectos más adversos de la reforma y contrarrestar la influencia de textos que reforzaban las tendencias formalistas. Pero la regulación del sistema lanzado por la vía de la reforma tomaría todavía algún tiempo.

La reforma de las matemáticas modernas, aunque llevada a cabo en nombre de principios generales, no logró sus objetivos: 10 años después de su puesta en marcha, la sociedad no se había reconciliado con las matemáticas. Ciertamente es que las matemáticas ocuparon un lugar central en los sistemas de enseñanza, pero más como un instrumento de selección que de formación. Los jóvenes se sintieron obligados a aprenderlas para asegurar su permanencia dentro del sistema escolar global y no por el gusto a la disciplina.

La enseñanza de los años noventa del siglo XX estuvo marcada por nuevas reformas que ratificaron el rechazo a las opciones epistemológicas subyacentes a la reforma de las matemáticas modernas, a la concepción estructural de las matemáticas y a su visión como lenguaje, así fuese el lenguaje universal de la racionalidad. El interés se desplazó entonces hacia el *sentido* de las matemáticas, lo que puso el acento en el carácter humano de la actividad matemática, en su historicidad, y

en el papel que juegan los *problemas* en la conceptualización y en la teorización: problemas surgidos en otros ámbitos científicos o nacidos de las necesidades del desarrollo interno de las matemáticas.

En compensación, en los planes de estudio de esos años subsistió la voluntad de hacer las matemáticas más accesibles a los alumnos y de formar un mayor número de científicos. Persistía el interés de situar la actividad del alumno en el centro del aprendizaje y se insistía en el hecho de acceder a la cultura matemática, lo que no sólo significaba aprender resultados y técnicas, sino dar lugar a un desarrollo. Se puso en el centro del debate el carácter experimental de este desarrollo a partir de exploraciones, elaboración de conjeturas y de justificaciones, más que en el carácter lógico y estructural de la disciplina. Los párrafos siguientes, tomados de documentos oficiales mexicanos, atestiguan esta selección, que con seguridad no difiere mucho de la elegida en otros países del continente:

“Un aprendizaje significativo de las matemáticas no puede reducirse a la memorización de hechos, definiciones y teoremas, ni tampoco a la aplicación mecánica de ciertas técnicas y procedimientos. Por el contrario, es necesario que los alumnos aprendan a plantear y resolver problemas en situaciones que tengan sentido para ellos y les permitan generar y comunicar conjeturas.

Los alumnos deberán involucrarse activamente en todas las fases por las que pasa la solución de un problema, desde el planteamiento mismo, la producción de las primeras conjeturas y su discusión, hasta la redacción de la solución...” (SEP, 1994, pp. 12-13).

Otra vez, los buenos deseos en los textos oficiales... pero, ¿cómo viven hoy los alumnos en la realidad de las aulas? Esta iniciación al desarrollo matemático, esta conceptualización por la vía de problemas ¿es en realidad la portadora del sentido y de las técnicas de un campo conceptual dado? ¿Cómo se articulan la actividad de los alumnos cuando resuelven problemas y la institucionalización de los conocimientos curriculares? ¿Cómo se acoplan los aspectos conceptuales y técnicos del trabajo matemático? ¿Cuáles dificultades enfrenta una enseñanza que pretende concretar estos principios en la realidad cotidiana del aula? ¿Los maestros están preparados? ¿Estamos libres de perversiones? Ante la insis-

tencia en la exploración y la experimentación, por ejemplo, ¿nos arriesgamos a ver un juego matemático carente de sentido que derive en un simple malabarismo?

¿Habríamos planteado estas preguntas hace 20 años si estos mismos principios hubieran guiado la reforma de las matemáticas modernas? Tal vez no... si hoy nos parece natural plantearlas, en gran medida se lo debemos a la llamada “reforma de las matemáticas modernas”: por una parte, sus fracasos, que demostraron lo limitado de la reflexión que desembocó en las reformas, aunque esta reflexión hubiera sido encabezada por matemáticos eminentes. Nos mostraron la necesidad, si se quieren producir los cambios deseados, de comprender mejor el funcionamiento del sistema complejo de la enseñanza y sus actores: alumnos y maestros.

Por otra parte, a causa del interés despertado por los aspectos de la enseñanza de las matemáticas, se favoreció el desarrollo de la investigación necesaria para una gestión más racional del sistema.

El aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas han sufrido cambios sustanciales desde esos primeros intentos reformadores de los años sesenta. El desarrollo —y el debate asociado— de teorías del aprendizaje que consideran las distintas variables que concurren en el salón de clases alumnos, maestros, contenidos, materiales, tecnología, contextos, cultura escolar, interacciones entre alumnos, y entre éstos y los docentes, etcétera, han hecho más compleja nuestra visión del proceso. La presencia de las tecnologías de información y comunicación en el aula, en especial la calculadora simbólica y la computadora, nos han obligado a repensar el papel del maestro, de los alumnos, de los contenidos, y el mismo concepto de aprendizaje. El panorama se ha vuelto complejo y multidimensional y, muchas veces, el maestro se siente bombardeado con múltiples propuestas pedagógicas, que no siempre están bien fundamentadas ni son viables.

En este libro se pretende ofrecer al maestro, y a los interesados en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, elementos suficientes para ubicarse en el mapa de las corrientes, teorías y proyectos pedagógicos que, día a día, invaden el quehacer docente. La obra presenta las principales teorías del aprendizaje que fundamentan el currículo escolar; ofrece una visión evolucionista paralela del aprendizaje y la tecnología

que ayudará a ubicar el valor de esta última para alcanzar aprendizajes significativos; una reflexión sobre la nueva forma de acercarse a las matemáticas mediante la experimentación y las representaciones ejecutables, que serán auxiliares en el diseño de actividades intelectualmente atractivas para el estudiante y más cercanas al quehacer matemático real; así como una reflexión general sobre el papel de la tecnología en las sociedades contemporáneas.

Esperamos que el lector encuentre útil este material y que, con ello, contribuyamos a mejorar el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas.

Luis Enrique Moreno y Guillermina Waldegg  
Ciudad de México, mayo de 2004.

## Introducción

Las expectativas de cambio en las sociedades contemporáneas se han visto afectadas, en mayor o menor medida, por la llegada del siglo XXI: sociedades más abiertas, más democráticas e igualitarias, mayores expectativas de vida y de mejor calidad; intercambios culturales más ricos e intensos; acceso masivo al conocimiento. La educación es el campo donde, de manera natural, confluyen estas expectativas. Las sociedades han comprendido que el futuro está íntimamente ligado a la educación. De manera reiterada, escuchamos voces que nos recuerdan que estamos en *la sociedad de la información y del conocimiento*.

Si se quiere que las expectativas de cambio se vean colmadas, los sistemas educativos tienen que entrar en resonancia con los inmensos desarrollos científicos y tecnológicos de las últimas décadas, prepararse para dar respuesta a las necesidades educativas inmediatas y abrirse a lo nuevo e inesperado. Es así que los sistemas educativos tienen un gran desafío: lograr la transformación de sus estructuras curriculares, entendiendo que éstas ya no pueden depender en su totalidad de los contenidos temáticos tradicionales, sino de un desarrollo cognoscitivo en sus individuos que incorpore el fortalecimiento de actividades como la generalización, la sistematización y la abstracción. Cada vez más, los estudiantes tienen necesidad de enfrentarse con la resolución de problemas, no sólo en el ámbito escolar sino en sus futuros lugares de trabajo, en donde la creatividad y la innovación serán la moneda de cambio. Los estudiantes necesitan instrumentos de aprendizaje, es decir,

estructuras cognoscitivas con alto grado de adaptabilidad a lo nuevo. Esta necesidad refleja una dimensión central del proceso de educación continua en el que cada día estaremos inmersos.

La educación comporta un compromiso tanto de renovación como de preservación de la cultura y de su naturaleza histórica. Renovación conceptual de las mejores tradiciones de nuestra sociedad y su articulación a las ciencias y artes de nuestro tiempo. La educación implica la delicada responsabilidad de construir el futuro por medio de las nuevas generaciones. Es un proceso que concita la integración y la adopción de compromisos comunitarios en los que la sociedad debe reconocerse a pesar de la complejidad de los intereses que conviven en ella y que la definen. Cuando una sociedad discute los fines de la educación, incluye entre sus propósitos acciones que conducen a modelar las conductas, vocaciones, conocimientos y valores de sus miembros en función de las capacidades individuales.

Desde luego, estos propósitos se definen a partir de ciertos objetivos: si una sociedad se propone educar sólo a sus elites, el profesor, como único recurso, puede bastar para la consecución de estos fines. Empero, el problema se hace más complejo cuando una sociedad se ve a sí misma como una sociedad en desarrollo que busca dotar a todos sus miembros de una educación que privilegie los valores democráticos y la confianza en un bienestar producto del progreso científico y tecnológico.

En el siglo XX las corrientes educativas recibieron una atención especial con base en el desarrollo de la psicología; así pusieron énfasis en la necesidad de conocer las capacidades intelectuales individuales y compartidas de los estudiantes para, a partir de ese conocimiento, garantizar las condiciones mínimas de acceso a la educación a todos los miembros de la sociedad. De esta manera se hace manifiesto el compromiso de la educación con las sociedades democráticas y con los avances científicos y tecnológicos.

El estudio científico de la educación se inició en el campo de la psicología por la vía de los tests. Su propósito, en aquel momento, era detectar a los niños que no estaban en posibilidades de seguir una escolaridad "normal", para proponerles una formación específica alternativa. La base teórica de los tests era restringida: se trataba de esca-

las esencialmente descriptivas que permitían ubicar al individuo entre otros semejantes en función de su nivel de desarrollo. La evaluación diagnóstica también se proponía predecir el comportamiento y el éxito individual, valorando la medida en la que un niño o un adolescente podría alcanzar un cierto nivel de ejecución. Estos tests diagnósticos todavía juegan un papel importante en el interior de la institución escolar, aunque su impacto disminuye de manera progresiva.

Dichos instrumentos de diagnóstico dieron, en forma inesperada, un gran espacio a los conocimientos culturales y a la adaptación a la vida cotidiana, de ahí surgieron aplicaciones más directas relacionadas con el desempeño escolar y con el currículo.

Hacia mediados del siglo XX, tuvieron lugar los primeros encuentros internacionales que se proponían discutir los resultados de la investigación psicológica en el campo de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, de ahí surgió un nuevo campo de investigación. En su inicio, esta nueva investigación se orientó hacia los errores de comprensión. Los resultados, obtenidos mediante la antigua tradición normativa de la didáctica, condujeron a la decisión de tratar de modificar, no las estrategias de aprendizaje, sino las estrategias de enseñanza que permitieran superar las deficiencias.

En ese momento, el enfoque tenía como hipótesis de base una concepción del conocimiento matemático según la cual, el significado de un enunciado es único y, en consecuencia, lo importante es saber transmitirlo para que el alumno lo comprenda. Sin embargo, el hecho de que los educandos desarrollen formas de conocimiento que no coinciden con los contenidos escolares oficiales está en abierto contraste con aquella supuesta transparencia del conocimiento.

El reconocimiento de que el problema no podía atribuirse en forma exclusiva a la enseñanza inclinó el interés investigativo hacia el estudio de las *construcciones intelectuales del estudiante*, es decir, las maneras en las que el individuo recoge, procesa e interpreta la información que recibe por diversas vías, en particular, dentro de un contexto escolar. El movimiento *constructivista* en la educación fue ganando terreno, en buena medida, porque encontró una base de sustentación teórica en las tesis epistemológicas constructivistas de la escuela piagetiana.

Como veremos más adelante, la psicología de la educación se encuentra hoy en una posición muy distinta de la que le dio origen, e incluso de la que floreció dentro del paradigma piagetiano. Tanto las investigaciones como la práctica docente han puesto en evidencia que:

- Los estadios del desarrollo individual, propuestos por la teoría de Piaget, contienen una parte muy importante de resultados que apelan a conocimientos culturales. Por ello, no pueden evaluarse los logros cognoscitivos de los alumnos al margen de las influencias del medio.
- Ciertas actividades escolares pueden presentar dificultades específicas —por ejemplo, el aprendizaje de la lectura— que con frecuencia dan lugar a un tipo de fracaso en alumnos intelectualmente muy dotados.
- El promedio general del nivel intelectual medido por los tests tiende a elevarse cada 50 años, lo que conduce a preguntarse por los orígenes de este crecimiento y, de hecho, por las relaciones entre las capacidades que se pueden definir con independencia de las influencias del medio y de sus demandas, aportes y sanciones.

Estos hechos se encuentran entre los que han conducido a la psicología cognoscitiva a estudiar un cierto número de actividades complejas, como la lectura, la composición de textos, la numeración, la resolución de problemas y otras, menos conocidas en este campo, como la música o el dibujo. Estos estudios han puesto en evidencia hechos que proporcionan resultados nuevos y fundamentales para los aprendizajes escolares. Así, la investigación en psicología cognoscitiva no sólo ha contribuido a acrecentar nuestra comprensión de las dificultades de ciertos aprendizajes escolares, sino que ha permitido concebir actividades e instrumentos que pueden —de manera modesta pero real— prevenir el fracaso escolar.

Gracias a las competencias técnicas que ha elaborado durante las últimas décadas, la psicología contribuye a diagnosticar dificultades y a proponer actividades, y también ayuda a concebir situaciones y herramientas pedagógicas nuevas, adapta los resultados de la investigación y los pone a disposición de los profesores. Más aún, el cuerpo de conocimientos desarrollado por la psicología cognoscitiva permite extender el

papel de los equipos pedagógicos, al proporcionarles elementos teóricos y metodológicos para la elaboración de planes y programas de estudio y de secuencias didácticas.

En la primera parte de este libro, proponemos una revisión somera de las principales teorías que han explicado el aprendizaje durante el siglo XX y de las maneras en las cuales la educación matemática ha adoptado y adaptado estos marcos teóricos para sus propios fines. Con ello, no intentamos agotar el tema, sino dar al lector un mapa que le permita reconocer el panorama teórico en el que se sitúa la definición y el desarrollo de los contenidos matemáticos escolares que debe enseñar.

El otro gran desarrollo del siglo XXI corresponde al papel central que juega la tecnología en el aula de matemáticas. Hay, por lo menos, dos formas de enfocar la relación entre la matemática —y la ciencia en general— y la tecnología en el contexto de la educación:

1. La ciencia y la tecnología como *contenidos escolares*, es decir, como parte de la herencia cultural que la sociedad considera que es valioso transmitir a sus nuevos miembros.
2. La ciencia y la tecnología como *mediadores* y *facilitadores* del conocimiento escolar.

Podemos analizar la primera relación —la ciencia y la tecnología como *contenidos escolares*— desde perspectivas complementarias:

- Desde el punto de vista del beneficio intelectual que otorga al individuo la posibilidad de explicar y explicarse el mundo que le rodea con bases racionales.
- Desde el punto de vista de la formación integral del individuo que favorece el desarrollo de habilidades, hábitos, destrezas y valores.
- Desde el punto de vista de la utilidad práctica que supone para el ciudadano poder intervenir, con conocimiento de causa, en temas que afectan de manera directa sus relaciones con el entorno físico, económico y social.
- Desde el punto de vista de la necesidad social de orientar vocaciones científicas y despertar el interés y la valoración positiva del conocimiento.

- Desde el punto de vista de la conveniencia social de contar con grupos especializados que contribuyan al desarrollo científico y tecnológico de un país, que garantice su independencia, soberanía y bienestar de su población.
- Desde el punto de vista de la construcción colectiva de la herencia cultural de la humanidad.

Cada una de estas perspectivas debe poder traducirse en objetivos educacionales que se concreten en contenidos, enfoques pedagógicos y prácticas docentes que acompañen la experiencia escolar de los estudiantes.

Schmelkes (1998) afirma que uno de los factores que influye en la calidad de la educación tiene que ver con la *pertinencia* de los contenidos escolares en lo referente a la satisfacción de cuatro tipos de necesidades:

1. Necesidades sociales del alumno hoy.
2. Necesidades sociales del alumno en el futuro.
3. Necesidades de la sociedad hoy.
4. Necesidades de la sociedad en el futuro.

La ciencia y la tecnología como parte de los contenidos escolares tienen el potencial de satisfacer las *necesidades del alumno hoy*, ya que su estudio favorece el desarrollo de habilidades, hábitos, destrezas y valores que son necesarios para mejorar su desempeño escolar.<sup>1</sup> Al mismo tiempo, el aprendizaje de contenidos científicos otorga elementos que le permiten explicarse racionalmente el mundo, sin prejuicios ni dogmas, que disminuyen la incertidumbre y la angustia que significa para el ser humano el desconocimiento de los fenómenos de la naturaleza.

En relación con las *necesidades futuras del alumno*, la educación matemática y científica tiene, en general, el potencial de favorecer la formación en valores para la convivencia armónica dentro de sociedades

<sup>1</sup> En el siglo XIX, la enseñanza de las matemáticas era recomendada como una especie de gimnasia mental que fortalecía los hábitos de pensamiento.

democráticas. Asimismo, el aprendizaje de los contenidos en ciencia y tecnología en la escuela contribuye a que el futuro ciudadano tenga elementos que le permitan intervenir, con conocimiento de causa, en asuntos de orden social y económico que le afectan de manera directa.

En cuanto a las *necesidades de la sociedad hoy*, ésta requiere orientar vocaciones científicas, mediante la presentación de los contenidos de la ciencia que despierten el interés y el placer del conocimiento, que conduzcan a valorarlo de manera positiva para que el día de *mañana*, la ciencia y la tecnología adquieran un valor social elevado y se apoye la formación de grupos especializados que contribuyan al desarrollo científico y tecnológico de un país, que garantice su independencia, soberanía y el bienestar de su población. La humanidad, por su parte, tiene la necesidad de fomentar y favorecer la creación científica que acreciente y engrandezca su patrimonio cultural.

La educación en ciencia y tecnología es, *potencialmente*, un factor para mejorar la calidad de la educación. ¿De qué depende que la *potencia* se transforme en *acto*? Depende de nuestra habilidad para definir los objetivos educacionales y concretarlos en contenidos, enfoques pedagógicos y prácticas docentes que acompañen la experiencia escolar de los estudiantes.

Hemos dicho que la educación en ciencia y tecnología tiene el potencial de favorecer la formación en valores para la convivencia armónica dentro de sociedades democráticas. Esta afirmación no es evidente y requiere una mínima explicación.

En el largo recorrido del desarrollo histórico de la ciencia, el ser humano ha delineado y afinado el sentido de la actividad de conocer, como base para su principal quehacer intelectual. Asentado en valores humanistas, como la búsqueda de la verdad y el amor a la sabiduría, el espíritu científico ha desarrollado una serie de actitudes ante la vida que se han revelado, no sólo como convenientes, sino también como valiosas para su desempeño en la sociedad: el sano escepticismo, el rechazo a los prejuicios, el respeto a las ideas de los otros, el rigor y la sistematización, la apreciación justa de la evidencia, el repudio a explicaciones dogmáticas y la preferencia por la explicación racional y, por tanto, debatible. Todos éstos son valores universales que el científico desarrolla para alcanzar sus propósitos de conocer el mundo. Son, a la

vez, actitudes que la humanidad ha reconocido como valores morales para la convivencia y la democracia.

La actividad científica es una vía potencial, no la única pero sí una privilegiada, para arraigar valores universales entre los jóvenes mediante la enseñanza más efectiva, la que se basa en la práctica y no sólo en el discurso. ¿De qué depende que la *potencia* se transforme en *acto*? Depende de nuestra capacidad para reproducir en forma adecuada el ambiente de investigación científica en el laboratorio y en el aula escolares.

Estos dos factores para alcanzar la calidad y el desarrollo de los valores por medio de la enseñanza de la ciencia y de la tecnología nos llevan, de manera natural, al segundo enfoque de la relación entre la matemática y la tecnología: la ciencia y la tecnología como *mediadores* del conocimiento escolar.

La tecnología hace que gente normal haga cosas extraordinarias, como volar, ver a través de cuerpos opacos, hablar con personas a miles de kilómetros de distancia, escribir o “hacer cuentas”... Estos dos últimos ejemplos están tan incorporados en nuestra vida cotidiana que olvidamos que, en otros tiempos, escribir o “hacer cuentas” eran actividades realizadas sólo por expertos y que, gracias a la escuela, ahora son tareas incorporadas a la actividad del ser humano desde edades muy tempranas.

No es, entonces, ahora la primera vez que la tecnología entra en la escuela; siempre nos ha dado la posibilidad de recapturar el “mundo real” y reabrirlo al estudiante en el interior del aula (con libros, diagramas, películas, etcétera); lo que sí es novedoso, producto de las nuevas tecnologías de información y comunicación, son las amplias posibilidades de interacción y manipulación por parte del alumno, lo cual no significa, como hubieran podido suponer las posiciones empiristas de antaño, que el conocimiento científico surge en el nivel perceptual cuando la Naturaleza “entra por la ventana del aula”; se trata, más bien, de emular la actividad científica aprovechando que las nuevas tecnologías logran representaciones ejecutables que permiten al alumno modificar condiciones, controlar variables y manipular el fenómeno.

Quienes propugnan por la integración de las tecnologías para el aprendizaje de las ciencias afirman que éstas, desarrolladas y utilizadas de manera adecuada, son empleadas para:

- Presentar los materiales por múltiples medios y canales.
- Proporcionar representaciones de conceptos y modelos abstractos.
- Posibilitar el uso de la información adquirida para resolver problemas reales y para explicar los fenómenos del entorno.
- Simular actividades de laboratorio.

Sobre este último punto, vale la pena detenerse un poco. Todos los sistemas escolares reconocen la necesidad de contar con laboratorios para el estudio de las ciencias experimentales —las matemáticas incluidas—. Sin embargo, muy pocas escuelas los tienen, muy pocos están equipados de manera adecuada, y no siempre la escuela está dispuesta a enfrentar los riesgos de su uso. La tecnología permite, mediante videos, demostraciones y simulaciones digitales, realizar experimentos de laboratorio de una manera realista, pero sin los riesgos y los costos asociados.

Las simulaciones en los laboratorios de ciencia pueden usar datos reales; hay *software* (como el *data logging*) que permite el uso de sensores y sondas que se conectan a la computadora y a la sustancia o fenómeno que se desea medir. En lugar de introducir en forma manual la información a la computadora, el sensor toma directamente la medida reduciendo el margen de error y reproduciendo una situación muy próxima a la del experimento real.

Pero no son éstas las únicas ventajas que da el uso de la tecnología en el aula. La computadora hoy en día, con sus características de multimedia y la posibilidad de conectarse a redes a distancia, ricas en información de todo tipo, no es sólo un mecanismo para manejo de información; es, sobre todo, un mecanismo para comunicar e intercambiar. Las consecuencias en el aula pueden ser tan importantes como:

- Ofrecer a estudiantes y maestros una plataforma mediante la cual comunicarse con compañeros y colegas de lugares distantes, intercambiar trabajo, desarrollar investigaciones y funcionar como si no hubiera fronteras geográficas.
- Permitir el acceso a la investigación científica y el contacto con científicos y bases de datos reales.

- Motivar e involucrar a los estudiantes en actividades de aprendizaje significativo.

La ciencia y la tecnología, ya sea *en* la enseñanza o *para* la enseñanza, tienen potenciales educativos muy importantes que, sin embargo, en ocasiones son negados o cuestionados. Nuestra intención en este libro es ponerlas en la mesa del debate como factores coadyuvantes para mejorar la calidad de la educación y generar valores en la sociedad.

Por esto la segunda parte del libro está orientada a una revisión crítica del papel de las tecnologías en la educación. Comenzamos por una perspectiva evolucionista de la función que las tecnologías han desempeñado en el desarrollo cognoscitivo de la humanidad; seguimos por la manera en la cual la tecnología ha entrado en el aula de matemáticas, y terminamos con una reflexión general sobre el papel de las tecnologías en la educación y en la sociedad actual.

Parte I

## Fundamentos cognoscitivos del currículo de matemáticas

## Marcos teóricos del aprendizaje

### APRENDIZAJE Y CONDUCTA

Las diversas teorías de la cognición atribuyen al individuo una capacidad esencial: la de aprender. Los puntos de vista divergen, empero, en lo que respecta a la naturaleza del aprendizaje.

Para los conductistas, los aprendizajes están regidos por una serie de leyes generales que pueden ser descubiertas a partir de hechos observables. El aprendizaje está definido como la modificación de la conducta por la experiencia y, el estudio del aprendizaje, como la ciencia del comportamiento. No obstante, poco a poco, los psicólogos han reconocido la necesidad de ir más allá de los fenómenos observables y ocuparse de los procesos mentales que subyacen a los comportamientos. El concepto de conducta se ha visto cuestionado, lo que ha acotado las teorías conductistas clásicas.

#### El conductismo

El conductismo se instauró, hacia los años cincuenta del siglo XX, como una propuesta metodológica y como una teoría del aprendizaje. Inspirado en el paradigma positivista de la física clásica, el conductismo propuso un modelo de aprendizaje de tipo asociativo: *Estímulo* → *Respuesta*. Los estímulos (externos) llegan al individuo y éste produce las respuestas (internas o conductuales). La instalación de nuevas conduc-

tas por repetición de asociaciones  $E \rightarrow R$  define el aprendizaje por condicionamiento. Éste es un proceso mecánico en el que el repertorio de comportamientos del aprendiz está determinado por los reforzamientos que el medio proporciona: se recompensan y reproducen las "buenas" respuestas y las "malas" se castigan y son abandonadas. Bajo esta perspectiva, el proceso constituye una forma elemental de aprendizaje cuyo campo de aplicación se vincula con el desarrollo de hábitos y conductas relacionadas con las emociones y con aprendizajes complejos.

El concepto de condicionamiento instrumental, desarrollado por B. F. Skinner (1904-1990), se distingue del condicionamiento clásico de Pavlov (1849-1936), porque incorpora la actividad del individuo. El aprendiz establece por sí mismo la relación entre un comportamiento y una respuesta. Si el comportamiento da lugar a una satisfacción, será reproducido. En caso contrario, será abandonado. Esta concepción del aprendizaje proporcionó a Skinner los principios de la enseñanza programada.

#### *Aportaciones y límites del conductismo*

El esquema  $E \rightarrow R$  permitió hacer progresos en el conocimiento de las leyes funcionales y elementales que rigen los aprendizajes simples, pero derivó en un reduccionismo de la realidad psicológica. El hecho de haber sido puesta a prueba en el comportamiento animal y, en especial, en conductas motrices, limitó la aportación de la teoría conductista. Al excluir del análisis los procesos mentales de los individuos y los procesos mentales internos que les dan sustento, el conductismo no explica aprendizajes complejos, como la adquisición del lenguaje o del razonamiento lógico-matemático.

El conductismo puso el énfasis en la dimensión cuantitativa de los saberes; privilegió la fragmentación de los contenidos y de las tareas, y la jerarquización de los conocimientos que debían ser adquiridos en un orden lineal y acumulativo, a menudo carente de una visión de conjunto.

El punto más débil de este enfoque radicaba en que se desatendía de las condiciones en las cuales se realizan las adquisiciones. Sin embargo, las nuevas tendencias del conductismo, conocidas como neoconductismo, aunque mantienen las tesis básicas de esta corriente, conceden que se debe otorgar un peso en las explicaciones a la función de los

factores emotivos y mentales del individuo; de esta manera, buscan no sólo comprender el patrón  $E \rightarrow R$ , sino explicar también los factores de *mediación* que intervienen entre el estímulo y la respuesta.

#### EL NIÑO EN EL CENTRO DEL PROCESO DE APRENDIZAJE

Los trabajos de Piaget y sus seguidores inauguraron una perspectiva para el estudio del aprendizaje radicalmente nueva. Desde ese momento el niño pasó a ocupar el centro de las preocupaciones de los psicólogos de la educación y aun del sistema educativo en su conjunto. Se hizo hincapié en las capacidades cognoscitivas del niño que le permiten comprender las situaciones y sacar provecho de las enseñanzas. Sin embargo, todo sucedía como si el desarrollo del niño siguiera un curso autónomo, poco o nada sensible a las influencias del lenguaje, de la sociedad y de la cultura. Desde la perspectiva piagetiana, la determinación del nivel de desarrollo del niño se volvió crucial, en tanto que condicionaba la posibilidad del niño para aprovechar algún aporte de conocimientos y para volver operativos los modos de funcionar.

#### Antecedentes

Para entender la presencia de la teoría piagetiana como una nueva manera de mirar los fenómenos de la cognición —y por ende, de la educación—, que reaccionan ante el reduccionismo conductista, conviene ubicarnos en una perspectiva histórica.

En su *Crítica de la razón pura* escrita en 1781, Kant (1724-1804) afirma que, al entrar en contacto con su objeto de conocimiento, el sujeto recibe impresiones sensibles que somete a un proceso organizador. Esto lo hace mediante sus estructuras cognoscitivas innatas. Así como un líquido adopta la forma del recipiente que lo contiene, también las impresiones sensoriales adoptan las formas que les son impuestas por las estructuras cognoscitivas que las procesan; el resultado de este procesamiento es el conocimiento. La capacidad cognoscitiva del sujeto —la que es capaz de aprender y comprender— tiene como límites los que le son impuestos por el dominio de su experiencia.

De manera muy abreviada, podemos decir que hay dos consecuencias fundamentales del enfoque kantiano que incumben al proceso educativo: i) el conocimiento deja de ser concebido como representación, como copia de una realidad externa y, en su lugar, se concibe como resultado de la interacción entre el sujeto (provisto de sus estructuras o instrumentos cognoscitivos) y sus experiencias sensoriales, y ii) el sujeto ya no es pasivo frente al objeto de su conocimiento. A esta solución kantiana le hacía falta dar respuesta a la pregunta: ¿de dónde provienen los instrumentos cognoscitivos que sirven para transformar en conocimiento las experiencias del sujeto?

La epistemología piagetiana ha dado una de las respuestas más elaboradas a esta interrogante. Sin proponérselo de manera explícita, dicha epistemología se constituyó en un sustento para el constructivismo desde la perspectiva de la educación. Sin embargo, las tesis epistemológicas de este constructivismo fueron, con frecuencia, trasladadas en forma mecánica al ámbito educativo, lo que dio como resultado una especie de "deslizamiento" desde la epistemología hacia la didáctica.

En su versión constructivista, la epistemología se fundamenta en una base experimental constituida por la historia de la ciencia y ciertos experimentos psicológicos, que quedan enmarcados en la llamada epistemología genética.

Es muy importante diferenciar con precisión esta doble naturaleza del soporte experimental propio de esta versión de la epistemología, que surgió con pretensiones de sacarla del terreno de la especulación filosófica y colocarla en el campo de la reflexión científica.

Está construida alrededor de categorías básicas de la ciencia: espacio, tiempo, causalidad, principio de conservación de la materia, el número, etcétera. Piaget realizó investigaciones decisivas sobre estas categorías, desde la perspectiva de la historia de las ideas, que lo condujeron a encontrar una explicación de la racionalidad científica con características identificables por lo menos en el pensamiento occidental.

Sin embargo, Piaget siempre consideró necesario dar un sustento experimental a sus aseveraciones epistemológicas. Entonces, su "laboratorio epistemológico", constituido por la historia de la ciencia, se vio ampliado con las investigaciones psicológicas que le dieron un lugar en la historia de la psicología infantil. En este campo, realizó la demostra-

ción empírica de que la mente infantil tiene su propia lógica y no es, como se pensaba, una versión a escala de la mente adulta. Debido a este papel evolutivo atribuido al desarrollo cognoscitivo del niño, su teoría psicológica fue bautizada como *psicología genética*.

Uno de los resultados más conocidos de este acercamiento teórico, que tuvo mayores repercusiones en la enseñanza de las matemáticas, se refiere a la evolución del concepto de número en el niño: el acceso a la *conservación*<sup>1</sup> parecía determinante para la comprensión de la cardinalidad y de las operaciones aritméticas. Se concluía entonces que los usos anteriores de conteo y numeración sólo eran manifestaciones verbales, sin interés y sin repercusión para el aprendizaje. Con ejemplos como éste, la psicología se encontró así, por poco tiempo, en posición de determinar, al menos para ciertos sectores disciplinarios, los contenidos y la organización curricular de aquello que se debía enseñar.

La psicología piagetiana surgió en oposición a la concepción conductista, a fin de construir una ciencia de la cognición a partir del estudio empírico de la estructura y funcionamiento del sistema cognoscitivo. Este acercamiento se presenta, ante todo, como una psicología del conocimiento. Podemos pasar la psicología piagetiana por el cristal de la epistemología correspondiente. Dicha psicología, como hemos visto, responde a las necesidades del programa epistemológico como parte sustancial de su metodología. Lo que vemos, una vez pasada la psicología por ese cristal, son las componentes estructuralista, constructivista e interaccionista de dicha teoría psicológica.

#### *La componente estructuralista*

Para Piaget, el aprendizaje es el paso de un estado de menor a uno de mayor conocimiento. Postula la existencia de una serie de organizaciones internas de la experiencia y de la información previa del sujeto (sus *estructuras cognoscitivas*), que son cada vez más poderosas y per-

<sup>1</sup> Podemos decir que el niño ha adquirido el concepto de *conservación* cuando sabe que el material puede sufrir transformaciones y conservar el mismo volumen y espacio.

miten integrar la información de modos crecientemente complejos. Las estructuras cognoscitivas evolucionan hacia un pensamiento cada vez más estable, capaz de incorporar en sus explicaciones un número creciente de situaciones del mundo físico y del entorno cognoscitivo. Intenta explicar los mecanismos de adquisición y de utilización de los conocimientos a partir de la génesis de las operaciones lógico-matemáticas subyacentes a toda actividad intelectual.

Las etapas sucesivas del desarrollo cognoscitivo del niño son el resultado —según Piaget— de la experiencia y de la acción del sujeto, que actúan como motores de la construcción, e incluso de la reconstrucción, de las representaciones internas que éste se hace del medio físico, inicialmente percibido y comprendido de manera intuitiva.

Piaget sostiene que, en lo esencial, el desarrollo cognoscitivo parte de la puesta en marcha de conocimientos concretos, sostenidos primero en representaciones inmediatas y, después, en hipótesis o conjeturas (construcción de la inteligencia abstracta). Se trata de un largo proceso de organización del mundo marcado por adquisiciones vinculadas con los conocimientos y con la utilización de sistemas de relaciones entre los objetos (clasificaciones, seriaciones, apareamientos), entre los objetos y el sujeto (tiempo y espacio), y al final entre los objetos, el sujeto, el tiempo y el espacio.

#### *La componente interaccionista*

Los progresos en la adquisición del conocimiento resultan, en realidad, de una construcción en la que el sujeto es responsable directo de su aprendizaje. Al actuar sobre el medio, el sujeto reconstruye el mundo físico y social que le rodea, lo representa y lo objetiviza. En uno de sus primeros libros de 1923, Piaget expresó esta posición de manera muy elocuente:

(...) el conocimiento del mundo exterior comienza por una utilización inmediata de las cosas (...) la inteligencia no comienza así ni por el conocimiento del yo ni por las cosas en cuanto tales sino por su interacción y orientación simultánea hacia los dos polos de esa interacción, **la inteligencia organiza al mundo organizándose a sí misma** (Piaget, 1983). *Negritas nuestras.*

El conocimiento se define entonces como el producto de la elaboración de la experiencia con la que se confronta el sujeto.

El ser humano está condicionado por su entorno físico y social. Las perturbaciones que resultan de la interacción con su entorno, social y material, le plantean la necesidad de construir estructuras cognoscitivas, que respondan cada vez mejor a los problemas que le plantea su medio.

La adaptación del sujeto al medio —social y material— pone en juego dos mecanismos fundamentales: la *asimilación* y la *acomodación*. Mediante la primera, el sujeto se familiariza con los datos del mundo exterior con el fin de integrarlos a sus propias estructuras cognoscitivas. A la inversa, la acomodación corresponde a un ajuste del sujeto a los datos del entorno.

Los dos procesos son indispensables e interactuantes a lo largo de todo el desarrollo, pues contribuyen a la obtención de estructuras cognoscitivas que permiten al sujeto, de manera progresiva, una mejor interacción con su mundo material y sociocultural.

#### *La componente constructivista*

Al señalar el lugar de la actividad como factor determinante del incremento en los conocimientos, Piaget recuerda que la maduración y la influencia social no son ajenas a este proceso. El desarrollo de los aprendizajes es, de igual forma, la consecuencia de un cuarto factor: la *equilibración*.

La equilibración de las estructuras cognoscitivas traduce el paso de un estado de menor equilibrio que resulta de respuestas del sujeto a las perturbaciones exteriores, hacia un estado de equilibrio superior que corresponde a posibilidades nuevas, derivadas de una estructura cognoscitiva más poderosa. Así, en el dominio del desarrollo lógico-matemático, ilustrado por la adquisición de las conservaciones, Piaget muestra que, en el curso del desarrollo, el niño pasa por tres momentos claves: las perturbaciones (en el caso de la conservación de la sustancia, el niño constata el alargamiento de una salchicha de arcilla y su adelgazamiento, pero no conecta todavía estos dos fenómenos); las compensaciones (el niño puede ahora asociar o coordinar los dos datos:

alargamiento y adelgazamiento de la masa de arcilla), finalmente, la puesta en correspondencia matemática de los datos sensoriales (*no se quita ni se agrega nada*: el alargamiento de la salchicha proviene de lo que ha perdido de espesor). En el conjunto del desarrollo, los progresos en el conocimiento resultan de una construcción en la que el sujeto es actor de sus aprendizajes en interacción con el mundo. La concepción del aprendizaje es resueltamente *constructivista*. Al actuar sobre el medio, el sujeto reconstruye el mundo físico y social que le rodea, lo objetiviza y lo representa.

### Aportes de la teoría piagetiana a la educación

Aunque Piaget se haya interesado siempre en la educación, su trabajo no contempla de manera explícita este campo de acción. No obstante, el modelo de desarrollo intelectual que propone ofrece un cuadro de reflexión útil para la educación. Tan es así que la puesta en evidencia que logra Piaget del papel del conflicto cognoscitivo confiere al acercamiento piagetiano una dimensión educativa considerable. El conflicto cognoscitivo expresa la idea según la cual la toma de conciencia, por parte del individuo, de que existe una respuesta diferente de la suya en una situación particular provoca una tensión interna de naturaleza cognoscitiva.

Piaget proporciona un ejemplo de esta situación con el *concepto de conservación*. Las conservaciones ponen al descubierto la existencia de algo invariante bajo el efecto de alguna transformación. En la práctica, se presenta al niño dos entidades A y B, de manera perceptual iguales (por ejemplo, dos recipientes idénticos que contienen la misma cantidad de líquido). Se obtiene el acuerdo del niño sobre esta igualdad. Después se mantiene A sin cambio mientras que B se transforma en B' por una modificación que sólo afecta la apariencia perceptual (por ejemplo se trasvasa el líquido de B a B', que es un recipiente más largo y más estrecho). Se le pregunta al niño si B' es igual que A, las respuestas varían en función del estadio de desarrollo: en un primer estadio (estadio preoperatorio), el niño se centra en una sola de las dos dimensiones sin coordinarlas entre sí (por ejemplo, toma en cuenta la altura del recipiente, pero "olvida" constatar que lo más alto es también más

estrecho). A partir de cierto momento el niño se centra en dos dimensiones a la vez y logra coordinarlas. De este modo logra vencer al conflicto cognoscitivo suscitado por la situación que se le ha presentado.

Piaget definió la escuela como un entorno que debe estimular y favorecer el proceso de autoconstrucción; el profesor, convertido en un mediador entre los conocimientos y el aprendiz, debe facilitar el descubrimiento de nociones y la elaboración del saber y del saber-hacer, más que presentarlos bajo una forma preestablecida. Un maestro tradicional pone el acento en los aspectos figurativos del pensamiento y considera el desarrollo cognoscitivo como una acumulación lineal de conocimientos o técnicas enciclopédicas. La concepción heredada del modelo piagetiano es muy diferente: se refiere a aprender a pensar y a valorar los aspectos operativos del pensamiento (procesos internos, operaciones mentales), a hacer experimentar al niño, a favorecer la manipulación con el fin de hacer surgir leyes generales. Según esta concepción, la simple observación de la realidad es insuficiente para estructurar los conocimientos. La actividad desplegada por el aprendiz se convierte así en una poderosa fuente de motivación, necesaria para la construcción del conocimiento.

### Los límites del modelo piagetiano

El modelo piagetiano tiene límites. Uno de ellos surge cuando se trata de trasladar sus aportes al campo educativo, y consiste en que no es una teoría de la construcción escolar. La teoría piagetiana es en esencia epistemológica y, como tal, minimiza el papel de la cultura en la cognición. Muchos de sus resultados cognoscitivos son presentados como independientes de la cultura a la cual pertenezcan las personas. Se supone que el pensamiento es algo que sólo ocurre en la cabeza de los individuos, que la comprensión del mundo depende sólo de las estructuras lógicas dentro de las cuales se integra toda la experiencia. Esta posición está basada en la posición kantiana según la cual toda la experiencia se pasa por el molde de las estructuras cognoscitivas que son intrínsecas a los individuos. Al subordinar de este modo el aprendizaje, Piaget desestima el papel de los sistemas de representación (lenguaje, memoria, etcétera). Ahora bien, un sujeto que busca adaptarse a situacio-

nes del entorno debe, ante todo, manipular la información simbólica. De allí la importancia del lenguaje y de los demás sistemas semióticos de representación. Por otra parte, al dar un lugar predominante a la actividad del sujeto, Piaget no concede toda la importancia a la función que desempeñan las diferencias entre individuos y que son resultado de las influencias sociales.

Las teorías educativas actuales sostienen que las personas han de concebirse dentro del marco de una relación dialéctica con sus tradiciones, bajo la influencia de valores e ideas y, al tiempo, como modeladoras de esas tradiciones. Quizá pueda decirse que la cultura es resultado de las interacciones dialécticas entre la cognición y las tradiciones. Una persona no alcanza su mayor grado de desarrollo cognoscitivo si no existe una dinámica externa que la estimule a lograrlo. Es difícil explicarse el desarrollo cognoscitivo sólo desde la perspectiva de una dinámica que proviene de la intimidad del individuo.

#### EL APRENDIZAJE COMO UN PROCESO SOCIAL

Comprender el papel del entorno social en el aprendizaje del individuo es una de las ambiciones mayores de la psicología de la educación.

Las corrientes de investigación que comparten la tesis de que la interacción del individuo con el medio social es determinante de sus adquisiciones cognoscitivas, se apartan de los acercamientos que privilegian la dimensión intraindividual del aprendizaje (como la teoría piagetiana). Al hacer explícita la influencia de variables sociales y culturales en el funcionamiento cognoscitivo del individuo, las corrientes sociocognoscitivas renuevan la reflexión sobre la organización de las situaciones escolares y otros entornos no formales de educación (como los medios de comunicación y, en general, los ambientes letrados).

#### El modelo sociocultural

Las tesis desarrolladas por Vygotsky (1986) sobre la construcción social de las funciones cognoscitivas tienen hoy día una repercusión importante en la psicología del desarrollo. De igual manera, inspiran el

campo de la educación por el papel relevante que atribuyen a la intervención del adulto (el maestro, en particular) en la progresión de los aprendizajes del estudiante.

Vygotsky inscribe la pregunta sobre el desarrollo cognoscitivo en una perspectiva a la vez histórica y cultural. La tesis de la internalización de las capacidades humanas insiste en el hecho de que, en el origen del desarrollo, los conocimientos que se van a adquirir son exteriores al individuo y están materializados en las obras humanas: la literatura, las obras de arte, el lenguaje y demás sistemas semióticos de representación. El desarrollo cognoscitivo se concibe entonces como la apropiación, por parte del individuo, de las actividades humanas depositadas en el mundo de la cultura. El mundo social influye en el sujeto mediante otros sujetos, los objetos socioculturales, las prácticas que han sido creadas por generaciones anteriores. Dos componentes tienen un papel primordial en este proceso: los sistemas semióticos de representación y la interacción social.

#### *Los sistemas semióticos de representación*

Para Vygotsky, el desarrollo de las funciones mentales superiores —la memoria, el lenguaje, la conciencia— sólo es posible mediante los sistemas semióticos, por ejemplo, la escritura, los números, el habla. Verdaderos instrumentos de la construcción psicológica, los sistemas de signos tienen, en el tratamiento del conocimiento, un papel análogo al de las herramientas técnicas en la manipulación del mundo físico. En la perspectiva vygotskyana, el aprendizaje de los sistemas de signos es una apuesta capital del desarrollo individual. El papel de los signos es fundamental, en la medida en que hacen posible la “duplicación” interna del mundo. Es necesario el recurso de un sistema semiótico de representación (el lenguaje natural es el ejemplo prototípico) para pensar en las representaciones mentales de la persona. Las representaciones mentales, pues, no son independientes de la asistencia de un sistema de representación externa. Tampoco es posible la comunicación sin dichos sistemas. Tomemos como ejemplo característico la escritura, cuya apropiación y dominio no sólo permiten expresar el pensamiento, sino, sobre todo, organizarlo y regularlo.

Vygotsky subraya que las actividades llevadas a cabo bajo la tutela del adulto son las que, en primer lugar, permiten los aprendizajes del niño. Los individuos progresan por apropiación de la cultura en las interacciones sociales. El descubrimiento del entorno, la acción sobre los objetos, pero también y sobre todo, la apropiación de los sistemas semióticos dependen de la mediación del otro. También las interacciones con los pares más competentes, lejos de frenar el desarrollo de un pensamiento autónomo, le son necesarias.

Para el conjunto de estas dimensiones, el desarrollo cognoscitivo resulta de una doble formación: primero externa y después interna, en un movimiento que va de lo social a lo individual. Las capacidades del niño se manifiestan primero en una relación interindividual donde el entorno social asegura la tutela sobre el niño descrita por Bruner (1983) como "un proceso de asistencia o de colaboración entre el niño y el adulto". La detención y el control individual (autorregulación) de las actividades sólo aparecen en un segundo tiempo, como resultado de un proceso de internalización favorecido por la repetición de las interacciones sociales. Así, "cada función aparece dos veces en el desarrollo cultural del niño [...]: primero entre individuos (interpsicológico) y, después, dentro del niño (intrapicológico)" (Vygotsky, 1986).

El lenguaje es el instrumento psicológico de primer orden en este esquema de desarrollo. Las primeras conductas y formas lingüísticas surgen y se desarrollan en el marco de situaciones iniciales de comunicación del niño con su entorno. Por medio de la interacción con los otros, el lenguaje cumple una función externa, que será progresivamente perfeccionada. Por ejemplo, en el desarrollo de los niños, el lenguaje exterior es internalizado transformándose entonces en lenguaje llamado egocéntrico. De este modo, se convierte para el niño en un modo de organizar sus propias acciones sobre el mundo. A medida que evoluciona el lenguaje internalizado, se va tornando en una herramienta intelectual, un instrumento de planificación y de regulación de las actividades mentales.

La naturaleza del lenguaje egocéntrico en el desarrollo es un punto de divergencia entre Piaget y Vygotsky: para el primero, es un signo de inmadurez destinado a evolucionar; para el segundo, es el instrumento de

pensamiento destinado a progresar. Deben mencionarse, empero, los comentarios de Piaget en respuesta a las críticas de Vygotsky (véase la nota a pie de página, pp. 214-215, en Vygotsky, 1986); en los cuales modifica sus posiciones originales de los años veinte, expuestas en su obra *El lenguaje y el pensamiento en el niño*, de 1923.

### Desarrollo cognoscitivo y educación

El acercamiento vygotkyano invierte el orden de las relaciones entre desarrollo, aprendizaje y educación, propuesto por Piaget. En la concepción piagetiana, las capacidades de aprendizaje dependen del nivel de desarrollo del individuo. En otras palabras, el desarrollo condiciona las capacidades de aprendizaje. Vygotsky sostiene, por su parte, la causalidad inversa: "La característica predominante de nuestra hipótesis es la noción de que los procesos de desarrollo no coinciden con los de aprendizaje sino que siguen a estos últimos" (Vygotsky, 1986).

En la edad escolar, los aprendizajes de orden superior forman la sustancia del desarrollo cognoscitivo. Este último es una consecuencia tributaria de los aportes de la enseñanza: el desarrollo en la edad escolar sólo es posible gracias a la enseñanza, las funciones psíquicas sólo pueden desarrollarse gracias a ella. A partir de aquí, la atención a las necesidades del niño debe identificarse con la satisfacción de sus necesidades cognoscitivas. En esta lógica, Schneuwly (1995) traza tres líneas directrices para la enseñanza escolar: la ruptura con la experiencia común del sujeto; la descontextualización de los contenidos, y la diferenciación de las disciplinas. Por una parte, sólo las situaciones de ruptura con la experiencia cotidiana pueden dar las condiciones de acceso a las formas superiores del saber y del saber-hacer; por otra parte, la generalización de las nociones y su descontextualización sólo pueden ser verdaderamente aprendidas dentro del marco de las disciplinas formales que organizan los conocimientos en sistemas lógicos.

Son los procesos de ruptura con la experiencia cotidiana y los procesos de descontextualización los que aseguran el acceso a los conceptos científicos. En la manipulación cotidiana de los objetos, el niño construye nociones sobre el mundo, los conceptos llamados espontáneos reflejan un conocimiento concreto, una práctica atórica, cuya vali-

dez es sólo local. La actividad escolar, en el marco de las disciplinas, permite al alumno la construcción de los conceptos científicos y su manipulación teórica.

#### *La zona de desarrollo próximo*

Considerar que el aprendizaje es la condición del desarrollo no significa que cualquier aprendizaje es posible en cualquier momento. La tesis de Vygotsky significa, sobre todo, que las capacidades de aprendizaje de un niño no deben ser confundidas con el nivel cognoscitivo que tiene en un momento dado. En un dominio cualquiera, existe un espacio potencial de progreso en el cual las capacidades individuales pueden ser sobrepasadas si se reúnen ciertas condiciones. La asistencia del otro es una de estas condiciones. Este potencial de aprendizaje que se actualiza en la interacción social, define uno de los conceptos centrales de la teoría de Vygotsky: la zona de desarrollo próximo. La zona de desarrollo próximo es una componente crucial del proceso de desarrollo porque "presagia" y prepara lo que el niño más tarde realizará por sí solo: "lo que un niño puede hacer hoy en colaboración con otro, lo podrá hacer solo mañana" (Vygotsky, 1986). El aprendizaje antecede al desarrollo: la zona de desarrollo próximo asegura la vinculación entre ambos.

Favorecer las adquisiciones en el niño significa, para el adulto, llevar a cabo una transición de la actividad tutelar (o de conducción externa) a la actividad autónoma (de autoconducción). Para hacer esto, debe ajustarse los contenidos y las condiciones de instrucción, no a las capacidades actuales del niño, sino a su potencial de progreso. Así, para el conjunto de las adquisiciones, el adulto (en particular, el maestro) tiene la tarea compleja de trabajar sobre la base de la experiencia y de las posibilidades del niño. Relacionadas con la enseñanza escolar, estas orientaciones designan las interacciones maestro-alumno como el eje esencial de la organización pedagógica del aula.

#### *Preguntas para la educación*

La tesis vygotkyana tiene el interés principal de considerar la intervención social como el factor predominante del progreso cognoscitivo.

Es necesario medir las implicaciones de tal posición para la educación escolar. La organización sociocognoscitiva de las situaciones escolares es una de las preocupaciones centrales de los autores que se inspiran hoy en Vygotsky e intentan prolongar sus tesis. Por ejemplo, para autores como Wertsch (1993) y Cole (1999), la psicología cultural tiene entre sus ejes articuladores el que las personas son agentes activos, pero actúan en contextos que no son siempre de su elección —como la escuela, por ejemplo—.

Los investigadores tienen la tarea de comprender cómo se articulan las dinámicas sociales e individuales en el desarrollo cognoscitivo. En particular, en relación con la problemática de la enseñanza y el aprendizaje en el aula, hay dos temas que merecen especial atención. El primero es la interacción tutelar maestro-alumno(s), situación de enseñanza y aprendizaje muy difícil de volver operativa. Los ejemplos suministrados por la orientación de los aprendizajes iniciales del niño pequeño en el ambiente familiar se pueden transponer sólo parcialmente al aula; las modalidades de organización de la tutela escolar requieren investigaciones específicas en profundidad. El segundo tema que es necesario estudiar con detalle es el de la zona de desarrollo próximo como "espacio de intervención didáctica". La evaluación del potencial de aprendizaje del alumno, es decir, la estimación del progreso del que es capaz en una situación tutorial es una de las dimensiones críticas de la puesta en funcionamiento escolar de esta noción.

La influencia del contexto escolar sobre los desempeños cognoscitivos del alumno ha sido analizada, en el pasado reciente, sólo en función de las condiciones de trabajo del alumno. Hoy en día, la atención se dirige hacia las características sociales de las situaciones escolares y hacia los significados que tienen estas situaciones para el alumno. Los trabajos de la psicología social de la cognición proponen un análisis relevante de esta problemática.

La actividad cognoscitiva no depende sólo de las propiedades intrínsecas del objeto de conocimiento, sino también de las condiciones sociales en las que tiene lugar. Pero la dimensión epistémica y la dimensión social no están desvinculadas: los objetos de nuestros aprendizajes siempre están social y culturalmente definidos. Se aprende en contextos sociales donde no hay "objetos intrínsecos", sino objetos

que tienen funciones y significaciones atribuidas por la sociedad. Además, la cognición necesita un fuerte soporte de los instrumentos de representación y mediación, como el lenguaje natural y los sistemas semióticos de representación. Desde esta perspectiva, hay que ampliar la noción de cognición y no verla tan sólo como "algo que ocurre en la cabeza del individuo", sino como un elemento que tiene una indudable connotación sociocultural. La cognición de un individuo se articula dialécticamente con la cognición de los demás y da lugar a aquello que podemos llamar la *mentalidad* de una sociedad.

#### LAS INTERACCIONES COGNOSCITIVAS EN EL APRENDIZAJE ESCOLAR

Las teorías seminales de Piaget y Vygotsky han dado lugar a una serie de variantes teóricas, ya clásicas, que buscan resolver las insuficiencias de los acercamientos iniciales para explicar, en primer lugar, los procesos escolares.

La influencia benéfica de las interacciones sociales para las adquisiciones cognoscitivas ha sido demostrada en forma experimental por las corrientes de la psicología social del desarrollo cognoscitivo. El aporte principal de este punto de vista es haber puesto en primer plano el papel que tiene el conflicto cognoscitivo para la construcción del conocimiento. En el plano de la educación escolar, la demostración de la efectividad de las confrontaciones entre los alumnos abre perspectivas de gran interés didáctico.

#### El conflicto sociocognoscitivo

El acercamiento social del desarrollo cognoscitivo considera las interacciones sociales como centrales para las adquisiciones cognoscitivas. En ciertos momentos claves para el desarrollo, se afirma que las adquisiciones encuentran su origen sobre todo en la confrontación de las acciones o de las ideas entre personas. Las adquisiciones, engendradas socialmente en las interacciones, serán interiorizadas para su posterior movilización individual (de lo interindividual a lo intraindividual).

Estudios experimentales realizados en este marco teórico, por ejemplo, los trabajos de Perret-Clermont (1996), han mostrado que, para alcanzar el progreso cognoscitivo, las interacciones sociales deben dar lugar al conflicto sociocognoscitivo. Ante una situación problemática por resolver, los participantes en una interacción deben, por una parte, presentar diferentes centraciones cognoscitivas (puntos de vista, métodos, respuestas,...) y, por otra parte, buscar una respuesta común al problema. La oposición social de puntos de vista diferentes caracteriza el conflicto sociocognoscitivo y es el pivote de la interacción.

El conflicto sociocognoscitivo integra, a su vez, dos conflictos:

1. Por una parte, un conflicto interindividual (por tanto, social) generado por la oposición de respuestas al problema planteado, y por otra parte...
2. Un conflicto intraindividual, de naturaleza cognoscitiva, resultante de la toma de conciencia por el individuo de una respuesta contradictoria, que le incita a dudar de la propia.

La dimensión social del conflicto es fundamental. La expresión y la confrontación directa de los argumentos en la interacción social vuelven más tangible y más dinámico al conflicto cognoscitivo intraindividual. Además, la superación del desequilibrio cognoscitivo intraindividual quizá se facilita por la búsqueda de una respuesta común que resuelva el conflicto interindividual. En suma, el conflicto sociocognoscitivo favorece la actividad cognoscitiva.

#### *Las condiciones del conflicto sociocognoscitivo*

Para que el conflicto sociocognoscitivo sea eficaz y dé lugar a progresos individuales, su funcionamiento debe cumplir otras condiciones, además de la heterogeneidad inicial de respuestas y la coordinación final de los participantes. Las investigaciones han puesto en evidencia la importancia de dos grupos de restricciones, uno relacionado con las capacidades individuales de los protagonistas, y el otro, con el desarrollo de la interacción.

En cuanto a las capacidades individuales, el conflicto sociocognoscitivo sólo puede ser fuente de progreso a partir del momento en el cual se

dispone de capacidades mínimas, unas de orden cognoscitivo, necesarias para tomar conciencia de las diferentes respuestas y para establecer la naturaleza de la contradicción; y otras de orden sociocognoscitivo que le permitan insertarse en una interacción sociocognoscitiva.

El conflicto sociocognoscitivo no implica, como solución, la adopción mimética o complaciente de un punto de vista diferente. La interacción debe dar lugar a un compromiso activo de cada participante en la confrontación de argumentos y su coordinación en una respuesta única. La negociación debe desarrollarse bajo la forma de intercambios que permitan una colaboración real para encontrar la respuesta final. Ciertas modalidades relacionales pueden obstaculizar la expresión del conflicto sociocognoscitivo y su efectividad: trabas en la comunicación, acuerdos por complacencia o por sumisión, etcétera. Estas formas de regulación del intercambio reducen la confrontación interindividual y resultan ineficaces. De ahí la importancia de organizar las interacciones de acuerdo con una relación de simetría entre los participantes, es decir, sobre la igualdad de papeles en los intercambios, una disposición que puede ser difícil de obtener cuando hay algún participante muy aventajado o muy rezagado. En este último caso, se produce una colonización del universo mental del estudiante menos aventajado a manos del más aventajado.

En suma, si la heterogeneidad de respuestas de los participantes es una condición ineludible para la instalación de un conflicto sociocognoscitivo, ésta no garantiza su efectividad. En el marco experimental, algunas veces el adulto se ve obligado a intervenir para suscitar una dinámica de conflicto, hacer explícitas las oposiciones, impulsar los intercambios, etcétera. Es decir, la existencia de un conflicto no genera de manera automática la dinámica que conduce a su superación.

#### *Los progresos cognoscitivos*

Cuando se satisfacen las condiciones de desarrollo de un conflicto sociocognoscitivo, las interacciones entre los alumnos permiten a cada participante progresar más que los sujetos del mismo nivel inicial que actúan de manera aislada. Los efectos de la interacción se ponen de manifiesto en el progreso individual y no necesariamente en la mejoría de la actua-

ción colectiva, que podría buscarse en ciertas situaciones de trabajo en grupo. La solidez de los progresos se aprecia en función de tres criterios:

1. La generalización de la adquisición de nociones compartidas.
2. La estabilidad de la adquisición en el tiempo.
3. El perfeccionamiento de los argumentos y de las justificaciones —la producción de argumentos nuevos representa un progreso cognoscitivo auténtico—.

#### *Las interacciones sociocognoscitivas asimétricas*

Las interacciones asimétricas corresponden a circunstancias cognoscitivas en donde se pone el énfasis en la imitación o la tutela que reproduce una situación experto-novicio o maestro-aprendiz. Este tipo de situaciones están ancladas en el concepto vygotskyano de zona de desarrollo próximo.

#### *La interacción tutorial*

Este tipo de interacción se caracteriza por una asimetría del estatus y de los papeles entre los participantes: un tutor (el experto) se encuentra en interacción sociocognoscitiva con un aprendiz (el novicio) para ayudarle a realizar una tarea o a adquirir una noción. La importancia de las diferencias en el saber y en el poder entre los participantes puede ser variable. Así por ejemplo, en una interacción entre alumnos, los participantes pueden provenir de niveles escolares sucesivos o muy alejados.

Las situaciones tutoriales reúnen procesos de transmisión y de adquisición del saber y del saber-hacer. Si bien el objetivo prioritario de esta interacción es el "efecto novicio", es decir, el progreso del aprendiz, un beneficio secundario que se alcanza es el "efecto tutor", es decir, un mejoramiento de las capacidades cognoscitivas del experto. Los progresos de éste se explican por la movilización de procesos cognoscitivos subyacentes a actividades sociocognoscitivas (de interacción con el aprendiz) y metacognoscitivas (explicaciones, reformulaciones) requeridas por una situación tutorial.

### Las interacciones sociocognoscitivas simétricas

El término "interacciones simétricas" corresponde en esencia a las situaciones cognoscitivas en donde las funciones y estatus de los participantes se conciben de manera equitativa. La igualdad de las funciones, sin embargo, no implica necesariamente que los individuos pongan en acción funcionamientos cognoscitivos similares.

#### *La cooperación*

La cooperación es una interacción parecida al conflicto sociocognoscitivo por la semejanza de objetivos entre los participantes, pero se distingue por la ausencia de conflicto en la interacción. La situación de cooperación se manifiesta como un factor de progreso si equivale a una combinación real de esfuerzos y no a una simple yuxtaposición de acciones individuales. Si una interacción cooperativa parece *a priori* más fácil de lograr que una interacción con conflicto, alcanzar una cooperación auténtica, es decir, una "co-acción" coordinada, concertada y no conflictiva, plantea a menudo serios problemas, tanto a niños como a adultos. La cooperación no se impone desde el exterior; es posible reducir las divergencias cognoscitivas o sociales, y hacer necesarias las estrategias cooperativas entre los participantes, en función de lo que está en juego y de la naturaleza de la tarea. En el marco escolar, la edad de los sujetos puede representar el obstáculo principal. Los estudios del desarrollo social del niño indican, en efecto, que habría que esperar el principio de la adolescencia para observar una predominancia de conductas cooperativas sobre las conductas egocéntricas.

#### *El aprendizaje en grupo*

De manera general, los resultados de las investigaciones favorecen la conclusión según la cual el trabajo colectivo es un factor de progreso cognoscitivo.

Sin embargo, en ciertas situaciones de "co-acción", los aportes de cada miembro del grupo son menores que los de los sujetos cuando trabajan solos. Esto ocurre cuando en situaciones de cooperación, la

acción colectiva corresponde a la adición de las contribuciones aisladas de los participantes. Con cierta frecuencia aparecen condiciones de orden social que son difíciles de trasladar a los contextos escolarizados tradicionales. En el plano cognoscitivo, por ejemplo, son raras las nociones que pueden provocar una oposición de puntos de vista. Esto se debe, en parte, a los estrictos controles que se ejercen durante el desarrollo de las actividades consideradas como "educativas". Enfatizamos que esto, más que una limitación del enfoque articulado alrededor de un conflicto cognoscitivo, es resultado de la inercia del sistema educativo más tradicional, que no favorece la discrepancia (véanse por ejemplo los estudios realizados por Yackel y Cobb, PME Brasil, 1995, sobre las normas "socio-matemáticas" del salón de clases).

En suma, si bien numerosos resultados revelan el interés del trabajo colectivo para mejorar las competencias cognoscitivas individuales, no hay que idealizar su papel y sus efectos en el contexto escolar cotidiano, por lo menos mientras estos contextos no sufran modificaciones de fondo. Sería ilusorio, en las actuales condiciones, considerar que el simple hecho de "poner a trabajar" juntos a los alumnos garantiza de manera automática un progreso, si no se modifican sustancialmente las relaciones y los acuerdos de trabajo en el salón de clases.

Los límites de la eficacia del trabajo en grupo no deben alejar al maestro del interés que ofrece el tratamiento social de los conocimientos y de las tareas escolares. La organización de situaciones tutoriales puede permitir a los alumnos poco aventajados, beneficiarse del trabajo con los alumnos más avanzados. Dado el interés de los maestros por el trabajo en grupo, es deseable tener mayor investigación sobre el tema, que retome los estudios psicológicos, para trazar los marcos de adecuación de las interacciones sociocognoscitivas en el aula. Estas investigaciones son tanto más necesarias cuanto que una orientación sociocognoscitiva de la enseñanza implica una evolución radical del modo de aproximarse al alumno y de la concepción de la clase.

#### *El aprendizaje colaborativo y la cognición distribuida*

Los acercamientos del conflicto sociocognoscitivo, el aprendizaje cooperativo y de trabajo en grupos han evolucionado hacia una corriente

más elaborada que conjuga las diferentes técnicas derivadas de estos acercamientos. Los métodos del aprendizaje colaborativo son técnicas didácticas en las cuales los estudiantes trabajan en pequeños grupos para ayudarse unos a otros a aprender un material escolar (Slavin, 1991, p. 105). Para definir el aprendizaje colaborativo se podría recurrir a algunas de las características señaladas por Henri y Lundgren-Cayrol (1997, p. 24): el aprendizaje colaborativo es un proceso activo centrado en el alumno en el cual éste desempeña, en forma sucesiva, los papeles de experto y aprendiz, en función de los conocimientos o habilidades que entran en juego en la interacción. En el seno de un grupo y con un ambiente apropiado, el alumno expresa sus ideas, articula su pensamiento, desarrolla sus propias representaciones, elabora sus estructuras cognoscitivas y hace una validación social de sus nuevos conocimientos. El proceso colaborativo reconoce las dimensiones individuales y colectivas del aprendizaje, promueve la interacción y aprovecha las cogniciones distribuidas.<sup>2</sup> El grupo de estudiantes desempeña la función de soporte y de motivación que contribuye a que cada alumno alcance una meta común y distribuida. La colaboración surge de la comunicación entre los estudiantes, de la coordinación de sus acciones y del compromiso de cada uno con su grupo.

El aprendizaje colaborativo también puede verse como la conjunción de diferentes sistemas cognoscitivos individuales trabajando juntos por un objetivo común. Por ejemplo, en el enfoque colaborativo, cada estudiante que trabaja en una actividad de laboratorio trae su propia cognición a la actividad; no sólo su conocimiento existente, sistemas de creencias y habilidades cognoscitivas, sino también la forma del individuo de construir nuevo conocimiento. La cognición de equipo es así distribuida entre sus miembros, y el aprendizaje de equipo es, en cierta extensión, dependiente de las características de esta distribución. Cuando se asignan diferentes tareas a cada miembro de un equipo, la interacción entre la cognición de cada individuo y la tarea específica asignada influirá en el resultado del grupo.

<sup>2</sup> Incluye las diferentes formas de distribución (Winer, Chomienne y Vázquez-Abad, 2000): a lo largo del tiempo, del espacio y por medio de los individuos.

Para Henri y Lundgren-Cayrol (1997, p. 18) la cognición no sólo es del que aprende. Se comparte entre los protagonistas que participan en el proceso, los componentes del medio ambiente y la situación propia.

La interacción cognoscitiva se origina en el estudiante y se articula en tres polos: el estudiante, el grupo y el modelo de conocimientos del experto. El alumno, en un espacio privado, interactúa consigo mismo, en forma de diálogo interior. En el espacio de comunicación de grupos y en el espacio común, interactúa con sus compañeros por medio del lenguaje y comparte sus representaciones.

La dinámica de las interacciones es compleja y no se construye de manera lineal y secuencial; se elabora en un ir y venir de información para provocar o argumentar, dejando al estudiante la tarea de concluir su aprendizaje y madurar sus conocimientos, sus propios procesos y los del grupo.

A lo largo del proceso de colaboración, la dinámica cognoscitiva evoluciona y se hace más compleja. A pesar de esta complejidad, hay distintas propuestas teóricas que buscan explicar su desarrollo, como la de Henri y Lundgren-Cayrol (1997), quienes proponen que éste ocurre en tres fases:

1. La exploración de conocimientos previos y de la asignatura.
2. La negociación de ideas a cargo del grupo con vista a la elaboración de un modelo de conocimientos que refleje la pluralidad de puntos de vista.
3. La reflexión para evaluar las diferencias entre los tres modelos de conocimiento —el del aprendiz, el del experto y el del grupo— y un retorno a los procesos de colaboración del grupo (p. 100).

En la primera fase, el alumno explora y trabaja en el aspecto sobre el cual tiene conocimiento y también sobre aquellos que le son propuestos por el modelo de conocimiento del experto. En la segunda fase, comparte con el grupo el fruto de sus investigaciones y de sus reflexiones para enriquecer sus conocimientos, para organizarlos de manera más significativa y para validarlos. La función de los intercambios es provocar que el grupo busque consensos sobre un modelo de conocimientos. La tercera fase, de evaluación de aprendizajes y de procesos,

incluye la reflexión sobre los aprendizajes individuales y de grupo. Ésta sirve para alimentar la evaluación que cada uno hace de su autonomía y de sus habilidades para colaborar. Es también la ocasión para que el alumno revise, una vez más, su propio modelo de conocimiento antes de dar por concluido ese aprendizaje.

#### A MODO DE SÍNTESIS: EL APRENDIZAJE COMO UN FENÓMENO INDIVIDUAL Y SOCIAL

A grandes rasgos, los enfoques sobre el aprendizaje se pueden ubicar entre los acercamientos cognoscitivos que parten del constructivismo piagetiano y los acercamientos socioculturales desarrollados a partir de la obra de Vygotsky. Si bien ambos aceptan, al menos en forma implícita, la existencia de procesos intraindividuales y de influencias sociales, difieren de manera considerable en la importancia que cada uno atribuye a estas dimensiones en el desarrollo de los conocimientos y del aprendizaje.

Los acercamientos socioconstructivistas atribuyen a las intervenciones sociales un papel preponderante en el desarrollo cognoscitivo del niño y cuestionan las explicaciones intraindividuales del desarrollo. Un nivel de análisis estrictamente intraindividual se muestra insuficiente para dar cuenta de adquisiciones y de desempeños cognoscitivos. Ciertamente, todo aprendiz es un sujeto confrontado individualmente a un cierto número de tareas, pero la mayoría de ellas comprende conocimientos que son fruto de una intervención social. Centrados en el análisis del funcionamiento cognoscitivo en un contexto social, los acercamientos sociocognoscitivos pueden parecer más apropiados para la comprensión de los fenómenos educativos.

Por otro lado, el aprendizaje es también una relación entre un sujeto y un objeto o una tarea. De ahí que para comprender el aprendizaje, hace falta también estudiar los mecanismos que el individuo pone en marcha y, con ello, ocuparse de las componentes y restricciones del sistema cognoscitivo. En este nivel, interviene la psicología cognoscitiva para situar las bases del aprendizaje en el tratamiento cognoscitivo de la información, los procedimientos, las estrategias y los conocimientos del individuo.

En definitiva, el campo de la psicología del aprendizaje está dividido en acercamientos complementarios, no incompatibles. El aprendizaje puede entenderse, al mismo tiempo, como un fenómeno individual y social. El desafío para la psicología es explicar la articulación de los procesos de adquisición individuales y socioculturales. En el plano de la educación, es razonable pensar que la combinación de situaciones individuales y de interacción social ofrece las condiciones de aprendizaje más favorables si toma en cuenta tanto los estilos cognoscitivos de los estudiantes como la naturaleza de las relaciones que se establezcan entre ellos.

## Cognición y educación matemática

Es difícil analizar, por su profusión, todas las corrientes teóricas sobre el aprendizaje y la enseñanza que han tomado cuerpo en la educación matemática; describiremos someramente sólo algunas de las más significativas. En particular, empezaremos por revisar la escuela francesa que dio origen a la *didáctica de las matemáticas*, conocida en el mundo anglosajón como *Educación Matemática* o *Matemática Educativa*.

A partir de los años ochenta del siglo XX, la investigación en didáctica de las matemáticas evolucionó con mucha rapidez y se institucionalizó en casi todo el mundo. Su desarrollo como un campo autónomo, mantiene, sin embargo, contactos estrechos con la disciplina madre, las matemáticas, al mismo tiempo que crece dentro de los conceptos, resultados y métodos de las disciplinas con las que está vinculada de manera natural: la epistemología, la psicología cognoscitiva, la psicología social, la lingüística, la sociología,... pero, a menudo, dándole otra forma a los conceptos y a los métodos de estas ciencias, para adaptarlos a su propia problemática.

Los didactas se interesan en estudiar las relaciones entre enseñanza y aprendizaje que consideran poco transparentes. Por tanto, entre las metas que se propone la investigación en didáctica de las matemáticas están: identificar los fenómenos didácticos; explicarlos; en ciertas ocasiones poder preverlos y provocarlos; construir las estructuras conceptuales y teóricas que permitan organizar y capitalizar los resultados obtenidos. Sin perder de vista que también ambiciona mejorar en forma directa la

enseñanza de las matemáticas, los didactas están igualmente persuadidos de que este mejoramiento necesita un rodeo, es decir, una toma de distancia en relación con la acción. Uno de los iniciadores de la didáctica de las matemáticas es Guy Brousseau, cuya teoría de las situaciones didácticas se analizará a continuación.

### LA TEORÍA DE LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS

Con una clara influencia piagetiana, Brousseau (1986) desarrolló una teoría del aprendizaje matemático fuertemente anclada en los contenidos y la estructura lógica de la matemática, pero que recoge algunas de las características de los acercamientos interaccionistas mencionados con anterioridad.

Para Brousseau, desde la concepción más general de la enseñanza, el saber es una asociación entre buenas preguntas y buenas respuestas. Sobre esta base, el énfasis del acercamiento radica en la identificación y el diseño de las "buenas preguntas" que generen los conflictos cognoscitivos y sociocognoscitivos detonadores del aprendizaje; estas "buenas preguntas" constituyen las *situaciones didácticas*.

La teoría de las situaciones didácticas pone al profesor en una interacción asimétrica con respecto a los estudiantes puesto que es él quien conoce los propósitos y efectos didácticos de la situación presentada. Sin embargo, en el desarrollo de la actividad cognoscitiva, los participantes desarrollan una interacción simétrica en la búsqueda de soluciones a la situación planteada.

La teoría se completa con un estudio minucioso de los distintos factores que determinan el sistema educativo en su conjunto: el obstáculo didáctico, la situación-problema, el contrato didáctico, las paradojas de la interacción didáctica, la situación adidáctica, etcétera.

#### La "situación-problema"

La "situación-problema" constituye el punto de partida de las situaciones didácticas. Definida como una situación didáctica fundamental, pone en juego, como instrumento implícito, los conocimientos que el

alumno debe aprender. La situación-problema es el detonador de la actividad cognoscitiva, para ello debe tener las siguientes características:

- Involucrar implícitamente los conceptos que se van a aprender.
- Representar un verdadero problema para el estudiante, pero a la vez, ser accesible a él.
- Permitir al alumno utilizar conocimientos anteriores.
- Ofrecer una resistencia suficiente para llevar al alumno a poner en duda sus conocimientos y a proponer nuevas soluciones.
- Contener su propia validación.

La resolución de la situación-problema supone una serie de interacciones simétricas entre estudiantes y de interacciones asimétricas entre éstos y el profesor, pero también supone la superación de un conflicto cognoscitivo interno del sujeto entre sus conocimientos anteriores y los que resuelven la situación planteada.

### ALGUNOS RESULTADOS DE LA DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS

La investigación en didáctica de las matemáticas surgió muy vinculada con el desarrollo de la teoría piagetiana. Comenzó estudiando la escuela elemental, donde las condiciones experimentales eran más fáciles; se interesó en particular en los aprendizajes numéricos, antes de ampliar su campo de acción a otros dominios y a otros niveles (hasta los primeros años de enseñanza superior). Sin pretender hacer una descripción exhaustiva, nos detendremos en tres resultados importantes: i) los tiempos del aprendizaje; ii) el estatus del error, y iii) la noción de contrato didáctico. Los resultados obtenidos sobre cada uno de estos puntos son importantes, sin que por eso se quieran ver ahí remedios milagrosos para los problemas de la enseñanza.

#### Los tiempos del aprendizaje

Los numerosos trabajos efectuados sobre estructuras aditivas y sobre la proporcionalidad nos servirán de soporte para hacer explícita esta

noción de "largo término" del aprendizaje. Vergnaud (1991, pp. 170-173) puso en evidencia que podían existir muchos años de desfase en el dominio de problemas muy cercanos en apariencia (salidos de un mismo contexto y refiriéndose a un mismo tipo de igualdad). Demos algunos ejemplos asociados a dos igualdades matemáticamente equivalentes:  $9 + 7 = 16$  y  $16 - 9 = 7$ .

**Problema 1:** Pablo tiene 16 canicas. Juega una partida y pierde 9. ¿Cuántas canicas tiene después de la partida?



**Problema 2:** Pablo juega una partida y pierde 9 canicas. Al final de la partida tiene 7. ¿Cuántas canicas tenía al principio del juego?



**Problema 3:** Pablo juega dos partidas con canicas. En la primera gana 16 canicas y en la segunda pierde 9. ¿Cómo quedó al final?



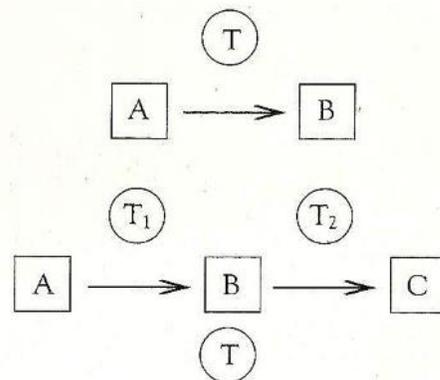
**Problema 4:** Pablo juega dos partidas con canicas. En la primera pierde 9 canicas. Al final, se da cuenta de que le quedan 7 canicas en total. ¿Qué pasó en la segunda partida?



El análisis de estos problemas muestra que los desfases temporales en la habilidad para resolverlos no deberían sorprendernos. En los dos primeros enunciados, una transformación opera sobre una medida para dar lugar a otra medida; en los dos últimos, dos transformaciones se componen para dar lugar a otra. Las transformaciones pueden ser positivas o negativas, y la pregunta puede referirse al estado final, a la transformación misma o al estado inicial. En cada caso tenemos dificultades cognitivas diferentes, si no subsumimos estos problemas bajo una misma

escritura aditiva, poco a poco nos daremos cuenta de la diversidad de comportamientos cognoscitivos solicitados, y del grado de complejidad subyacente. La figura 2.1 muestra los esquemas mediante los cuales podemos representar las tareas aditivas. En ella, A es el estado inicial, B y C los estados finales, y T representa las transformaciones.

**Figura 2.1** Los problemas de adición pueden representarse mediante los esquemas señalados



El estudio de la proporcionalidad, como otro ejemplo, pone en evidencia fenómenos análogos. Muy pronto, aun antes de toda enseñanza de la proporcionalidad, los alumnos saben tratar con situaciones de proporcionalidad simple, doble o triple; pueden calcular las cantidades necesarias para una receta de cocina siempre y cuando los números involucrados les sean familiares.

Los alumnos desarrollan un cierto número de estrategias, algunas de ellas consisten en utilizar implícitamente la cualidad lineal de la proporcionalidad:

$$(a + b) = f(a) + f(b),$$

$$f(k a) = k f(a)$$

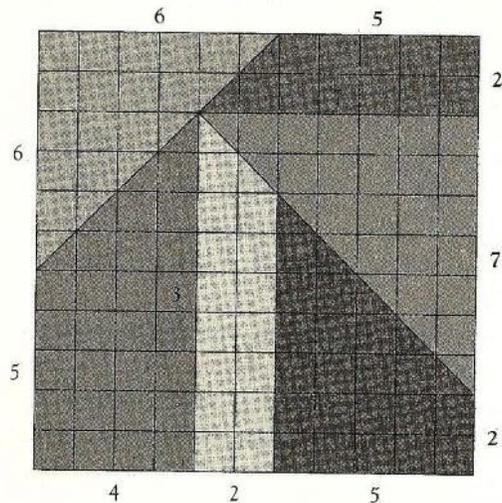
(si conozco las cantidades necesarias para 5 y 4 personas, conozco las cantidades necesarias para 9 personas; si las conozco para 3 personas,

las conozco para 6, 9, etcétera). Otras estrategias consisten en utilizar el coeficiente de proporcionalidad.

Desde luego, la utilización de una u otra estrategia depende del contexto y de los números que entran en juego, y no hay, en general, una transición fácil desde un punto de vista al otro.

En contraposición con estos comportamientos precoces, los alumnos del bachillerato no reconocen con facilidad una situación de proporcionalidad en un problema de agrandamiento como el del rompecabezas desarrollado por Brousseau (véase la figura 2.2).

Figura 2.2



Se pide a los alumnos agrandar este rompecabezas de manera que “una longitud de 5 cm en la figura inicial, corresponda a una longitud de 9 en la figura agrandada”. A menudo los alumnos movilizan modelos erróneos como “agregar 4 cm en todas las dimensiones” o “multiplicar por 2 y quitar 1 cm”. Aun en bachillerato, la proporcionalidad no se reconoce a primera vista.

En los problemas de proporcionalidad, como los aditivos, variables diversas demandan tratamientos diferentes por parte del alumno que

dependen de la situación y de su dificultad real: el contexto, el estatus de lo que se busca, la naturaleza y el tamaño de los números en juego, la naturaleza de las magnitudes que sirven como referencia, la proporcionalidad simple o múltiple...

En estos dos casos —estructuras aditivas y proporcionalidad— y en un buen número de otros, las investigaciones en didáctica han permitido identificar regularidades importantes en los aprendizajes, y construir así referencias para la enseñanza. Han permitido también elaborar situaciones donde, piloteando con prudencia las variables didácticas identificadas, se puede hacer progresar al alumno dándole una autonomía en su trabajo matemático que le permita alcanzar cierta certeza.

Este largo plazo en el que ocurren los aprendizajes es, a la vez, reconocido y desconocido para la enseñanza. Lo toma en cuenta cuando organiza lecciones y repasos —es lo que tratan de hacer los programas actuales—. Pero, al mismo tiempo, el discurso del maestro formula juicios perentorios que niegan la temporalidad del proceso, del tipo de “el grupo ya aprendió la proporcionalidad” o “tal alumno no entiende nada de proporcionalidad”, tan falso uno como el otro. Es como si, reconociendo la característica de largo plazo de los aprendizajes, la enseñanza debiera negarla en las evaluaciones que lleva a cabo, y extrapolarla en forma arbitraria en función de los comportamientos esperados por la institución escolar en un momento dado.

### El papel del error en el aprendizaje

Otra conquista de la didáctica es, sin ninguna duda, el habernos llevado a repensar el estatus del error. En la enseñanza tradicional, el error es considerado como una falta. Si no se le califica como una desatención, se considera testimonio de una falta de conocimiento, de una laguna. En la concepción tradicional, el buen maestro explica bien, avanza en forma progresiva y logra prevenir e impedir el error. Además, se le tiene casi prohibido escribir en el pizarrón las respuestas falsas de los alumnos, aunque sea para analizarlas. Es claro que sólo “la verdad” tiene un espacio en el aula tradicional.

La didáctica de las matemáticas, con el apoyo particular de los trabajos de la epistemología y de la historia de las matemáticas, ha cuestio-

nado este punto de vista y buscado la coherencia oculta en el pensamiento del alumno de la cual son producto los errores. En una palabra, dicho cuestionamiento nos ha conducido al estudio de la función del error en el aprendizaje.

La noción esencial de "obstáculo epistemológico", presentada originalmente por el filósofo Gastón Bachelard (1932), se incorporó a la didáctica gracias a Guy Brousseau desde 1976. El obstáculo epistemológico está asociado a la idea de que el progreso del conocimiento científico no es lineal, sino que supone rupturas y discontinuidades. Los conocimientos o los principios que han permitido a la ciencia avanzar en un momento histórico dado pueden, en otro momento, bloquear el progreso y conducir a errores. Errores y bloqueos son tanto más resistentes cuanto más estén asociados a conocimientos probados.

Las matemáticas con frecuencia se perciben como la ciencia de la racionalidad ideal, sin embargo, su desarrollo no escapa de estos obstáculos. La extensión del campo de los números enteros a los decimales y racionales proporciona numerosos ejemplos de ello. Los niños, al manipular durante muchos años los números enteros, construyen conocimientos que tienden a generalizar cuando el campo se extiende. Hay de hecho una coherencia subyacente en ciertos errores, tenaces, puesto que se les encuentra aun en el bachillerato, por ejemplo:

$$(0.3)^2 = 0.9;$$

$$4.60 > 3.60 > 3.8;$$

entre 3.54 y 3.55 no hay ningún decimal;

$$x^2 > x...$$

En los dos primeros casos el número decimal es visto como la asociación de dos enteros separados por el punto decimal; en consecuencia, se opera en forma separada sobre cada uno de los enteros, con las reglas de prioridad para manejar los conflictos (para comparar dos números decimales, por ejemplo, se empieza por comparar los enteros antes del punto y sólo en casos de igualdad se continúa con los siguientes dígitos).

El tercer error puede explicarse así: entre 54 y 55 no hay ningún entero, se puede entonces recurrir a la visión clásica de decimales

como enteros con un cambio de unidad: 3.54 y 3.55 no serán otra cosa que los enteros 354 y 355 con un cambio de unidad, y estos enteros son consecutivos.

El último error se refiere a una convicción muy fuerte, heredada de los números enteros: el cuadrado de un número es siempre más grande que el número; o, de manera más general, la multiplicación agranda el número y la división lo achica.

Las investigaciones en didáctica de las matemáticas demuestran que es inútil querer franquear con suavidad estos obstáculos. Como en la historia, hay que aceptar que debemos afrontarlos. Se ha puesto en evidencia que la enseñanza, en su cuidado por avanzar paso a paso y de manera continua, a menudo tiene la tendencia a reforzar los obstáculos. Por ejemplo, para dar seguridad a los alumnos frente a los nuevos números (decimales), se insiste en el hecho de que "casi" son enteros, y que, desplazando el punto, siempre se llega a operaciones con enteros. De la misma forma, se refuerza el error, como se ha mostrado en numerosos estudios sobre los textos, cuando se proponen, con profusión, ejercicios para los cuales las concepciones erróneas conducen a respuestas correctas.

Las investigaciones en didáctica llevan así a buscar, detrás de las dificultades resistentes bien conocidas por los profesores, la coherencia escondida del funcionamiento del alumno. Ello conduce también a repensar las medidas remediales, para retomar un término de moda. Si estos errores no son aislados, sino que atestiguan concepciones coherentes, entonces, sin duda alguna, se les debe tratar en forma global y no aislada: hace falta entonces concebir los medios para desestabilizar esas concepciones, a fin de llevar al alumno a comprender su propio funcionamiento, lo que hay de positivo y de negativo en él.

### El contrato didáctico

Aunque la noción de *contrato didáctico* no surgió antes de los años ochenta del siglo XX, se ha vuelto uno de los conceptos clave en la didáctica. Esta noción está ligada a la de contrato pedagógico, introducida en las ciencias de la educación por J. Filloux (1974). Si el contrato pedagógico define, de manera explícita e implícita, lo que se espera y los deberes respectivos de maestros y alumnos en una situación de

enseñanza dada; entonces es, *grosso modo*, la parte de ese contrato que concierne al contenido matemático. Esta especificación por el contenido conduce a interrogantes y a trabajos sensiblemente diferentes de los realizados en las ciencias de la educación.

La noción de contrato nos lleva a interrogarnos sobre el sentido de los comportamientos y de las respuestas de los alumnos: ¿De qué manera están condicionados por las matemáticas que están en juego en una situación determinada, o por los conocimientos matemáticos propios? ¿En qué aspectos están ligados a otros factores? ¿En qué medida la percepción del maestro, mediante diversos índices, depende de sus expectativas, de los usos y costumbres matemáticos de la clase? Las interpretaciones cognoscitivas puras que podríamos dar de estos mismos comportamientos resultan así muy relativas.

Es necesaria cierta sensibilidad a estas cuestiones para inferir cómo se condiciona el contrato didáctico por el contenido matemático de una clase. Por lo contrario, los fenómenos del contrato se vuelven claramente visibles cuando, por una u otra razón, hay una transgresión de éste. Es el caso, por ejemplo, de los problemas conocidos como "la edad del capitán".

En casi todos los problemas escolares, se proporcionan todos los datos necesarios para la resolución y, además, todos son *útiles*. Los alumnos integran muy rápido este aspecto del contrato y lo explotan al máximo eligiendo una solución por razones que no siempre son las razones matemáticas esperadas. Algunas veces, los maestros, cansados de este procedimiento, siembran la duda introduciendo de manera subrepticia algún dato inútil.

Hace unos 20 años, se diseñó una investigación que iba más lejos en la ruptura del contrato usual, planteando a alumnos de la escuela elemental problemas absurdos como:

"En una clase hay 4 hileras de 8 lugares, ¿qué edad tiene la maestra?"

"En una clase hay 15 niños y 14 niñas, ¿cuál es la edad de la maestra?"

"Un pastor tiene 3 perros y 120 borregos, ¿cuál es la edad del pastor?"

El resultado fue que los alumnos se esmeraban, como si nada extraño pasara, en resolver los problemas, de tal manera que no elegían por azar

las operaciones: la maestra tenía 32 años de edad en el primer caso, 29 en el segundo, y el pastor tenía 40 años... Esta aventura, popularizada después por Baruk (1985), es ciertamente caricaturesca, pero tuvo el mérito de mostrar hasta qué punto puede pesar, sobre el funcionamiento cognoscitivo del alumno, la carga del contrato didáctico; y tuvo el valor de mostrar la importancia de ser sensible al papel que juega explícita pero, sobre todo, implícitamente el contrato didáctico.

Los trabajos sobre el contrato didáctico han permitido también mostrar que, si bien existen características del contrato relativamente estables (la edad del capitán es una para los contratos usuales), hay otras características que están en evolución permanente en el curso del aprendizaje. Esta evolución continua o discontinua es además la señal del avance del aprendizaje. El maestro puede jugar con las primeras, instituyendo en su clase, de manera más o menos permanente, tal o cual tipo de contrato asociado a prácticas del trabajo en grupo, del problema abierto, del debate científico, etcétera, y utilizarlas como balanza para incidir de manera positiva en la relación de sus alumnos con las matemáticas. Por el contrario, en lo que se refiere a las características inestables, el maestro está restringido a hacer avanzar el contrato, a provocar todo el tiempo minirrupturas; así, cada fase del aprendizaje modifica las expectativas del maestro frente al alumno.

En una perspectiva tradicional del aprendizaje, en donde se considera que la enseñanza es una simple transmisión, que supone que el saber pasa del emisor (el maestro) al receptor (el alumno), estas consideraciones podrían parecer absurdas. En ese tipo de enseñanza, los papeles están claramente atribuidos: al maestro le corresponde explicar bien el contenido del curso, proponer buenos ejercicios, sancionar las producciones de los alumnos; mientras que a los alumnos les corresponde aprender el curso, estar atentos, hacer los ejercicios demandados. Si cada uno hace lo que le corresponde, y además, el alumno es apto para las matemáticas, entonces debe aprender. Sin embargo, se sabe que las cosas no son así de simples.

Desde esta perspectiva tradicional, nada garantiza que los conocimientos escolares adquiridos con anterioridad por el alumno serán suficientes para apropiarse de los nuevos. Además, el alumno interpretará cada situación que vive en función de sus propias referencias, tanto

escolares como de otro tipo, que no siempre son las mismas que las del maestro. ¿Cómo afirmar en esas condiciones que si el alumno aprende, aprenderá justamente lo que se le quiere enseñar? La enseñanza, aun si se le considera una simple transmisión, no deja que nos engañemos por la irrealidad de esta posición. Brousseau (1996), en muchos de sus escritos identifica ciertas paradojas del contrato didáctico: se supone que el alumno tiene los medios para producir una respuesta necesaria para que la relación didáctica perdure. La más simple de estas paradojas es, sin duda, la llamada "efecto Topaze" (p. 53), por analogía con el dictado del texto de Marcel Pagnol en su obra *Topaze*.

En la primera escena de esta obra, Topaze hace un dictado a un mal alumno; como no puede aceptar los demasiados errores ortográficos que éste comete y tampoco puede darle en forma directa la ortografía demandada, Topaze "sugiere" la respuesta disimulándola bajo códigos didácticos cada vez más transparentes. En una versión en español, el maestro dicta "Las habitaciones...", el alumno escribe "avitaciones"; el maestro trata por diversas maniobras de que el alumno agregue la "h" inicial y cambie la "v" por "b", pero, por supuesto, sin decírselo en forma explícita. Para llegar al resultado deseado, terminará, por pronunciar la "h" muda como una "j" aspirada y la "b" con un exagerado gesto labial. Esa "h" y esa "b", agregadas ahora por el alumno, no significan nada en términos del aprendizaje gramatical, pero el maestro hará como si fuera el resultado de una verdadera comprensión repentina del alumno... ¿Podríamos sospechar que la enseñanza de las matemáticas presenta efectos Topaze?

Los programas de estudio actuales se sitúan en una perspectiva constructivista del aprendizaje y tienen como objetivo explícito hacer que la mayoría de los alumnos accedan a una cultura matemática. No puede suponerse que se satisface un reparto de responsabilidades como antaño. Estos programas exigen mucho más del maestro, como:

- Elaborar y administrar las situaciones que permitirán al alumno descubrir el interés de ciertas nociones matemáticas.
- Avanzar en las competencias técnicas de los alumnos.
- Poner a prueba sus concepciones erróneas.
- Adaptarse al alumno y a su funcionamiento real para ayudarlo a aprender.

- Provocar la actividad matemática de los alumnos.
- Determinar lo que los alumnos pueden producir de manera autónoma.
- Detectar los momentos en que deben ser auxiliados.
- Sacar provecho de sus producciones para guiarlos al saber oficial.

Al hacer esto, es claro que crecen tanto la responsabilidad del maestro como su nivel de incertidumbre en las situaciones de enseñanza. ¿Puede la investigación didáctica ayudarlos a enfrentar este tipo de demandas? si es así, ¿cómo?

Sin exagerar los beneficios, parece que la respuesta es afirmativa. Por una parte, los hallazgos de la investigación didáctica pueden ayudar a los maestros a delimitar sus responsabilidades reales. Por ejemplo, a separar las dificultades debidas a una elección desafortunada de la enseñanza, de aquellas ineludibles constitutivas de los procesos de aprendizaje. Por otra parte, si bien la didáctica no provee de remedios milagrosos ni tiene a la mano las situaciones clave, sí proporciona los marcos de referencia que pueden ayudar a situar mejor a los alumnos, a comprender sus errores y a corregirlos con mayor eficacia.

Los trabajos sobre la transposición didáctica iniciados por Chevallard (1991), permiten comprender mejor lo que son los objetos de enseñanza, a qué restricciones obedecen, las influencias que les dan forma, los factores que los hacen evolucionar, volverse obsoletos y morir. Tales trabajos pueden, sin ninguna duda, ayudar a los maestros a no sentirse tambalear frente a cada nueva reforma, a leer e interpretar mejor los programas, a situarlos más en el nivel de fondo que en el de superficie.

Sin duda, la investigación también tiene la responsabilidad de prevenir las interpretaciones abusivas o dogmáticas que se pudieran hacer de las teorías o de los resultados. Impedir, por ejemplo, que no sea mal interpretada la importancia concedida, con razón, al funcionamiento del alumno, a su actividad matemática. Parece que, desde una perspectiva constructivista del aprendizaje mal comprendida, surge a veces la ilusión de que el alumno en situación escolar puede reinventar todo solo, la única función del maestro será la de director de escena o animador. Éste sería el medio más seguro para multiplicar los falsos descubrimientos en una sucesión de efectos Topaze.

En otro plano, la "actividad" es hoy la llave maestra de la enseñanza de las matemáticas, pero no hay que confundir la actividad matemática con el "activismo", ni pensar que un alumno no puede estar, al mismo tiempo, físicamente inactivo y matemáticamente activo. La actividad matemática, aun si se apoya en un trabajo material, es, ante todo, una actividad intelectual que pone en juego objetos ideales. Además, esta actividad no puede analizarse ni comprenderse si no pone atención al sentido de verdad, propio de las matemáticas, que le da la forma y sentido.

## LOS PROCESOS MATEMÁTICOS

Los procesos psicológicos básicos característicos de las matemáticas —abstracción, generalización e inferencia— son universales, comunes a toda la humanidad. Pero su organización funcional puede variar en forma sustancial dependiendo del entorno sociocultural, de las herramientas que suministra este entorno como mediador de la acción cognoscitiva. No olvidemos que la acción cognoscitiva necesita el soporte instrumental.

### Generalización y contexto

La enseñanza de las matemáticas nos plantea un problema delicado: ¿cómo tratar con la naturaleza descontextualizada de las proposiciones matemáticas que forman parte de una cultura matemática universal y, al mismo tiempo, con la necesidad de admitir que en el conocimiento que un alumno construye, produce, asimila, siempre media un contexto?

La tradición científica ha mostrado que, al avanzar en la organización de una ciencia, las proposiciones del cuerpo teórico que se va produciendo tienen como rasgo característico ser enunciados generales, descontextualizados. Baste recordar algunos ejemplos: la ley universal de la gravitación, en la física; el teorema de Pitágoras, en la geometría; la fórmula general para resolver cualquier ecuación de segundo grado en álgebra, etcétera. Esto se vincula de modo íntimo (Duval, 1998) con la evolución de los sistemas semióticos de representación que se empleen.

Hilbert (1862-1943), en la introducción de su obra *Fundamentos de la geometría* de 1899, fue muy claro al decir que el significado de los puntos, de las líneas y de los planos está determinado por las relaciones que se pueden establecer entre ellos. De esta manera, los postulados de la geometría pueden interpretarse como *definiciones implícitas* de los objetos geométricos. Este punto de vista ha tenido, y sigue teniendo, un éxito enorme en el desarrollo de las matemáticas.

Desde el punto de vista educativo, las dificultades surgen cuando identificamos ese propósito de la matemática con un principio didáctico. Es decir, cuando confundimos la matemática del matemático con las matemáticas escolares.

La demanda cognoscitiva que estaríamos haciendo a un alumno, si desde el inicio lo enfrentamos con el aprendizaje de la geometría presentando la materia con un nivel de formalización elevado, es enorme. Estaríamos suponiendo (aunque no fuésemos conscientes) que la cognición del estudiante se adapta de modo natural, al camino ya organizado de una disciplina. Esto ha sido una tentación permanente pues, de ser factible, representaría un ahorro considerable de esfuerzo: los problemas curriculares y las estrategias didácticas, entre otros, estarían resueltos mediante la formalización de la matemática.

Pensemos en las circunstancias del aprendizaje en un salón de clases. Para los estudiantes es un obstáculo pasar de los dibujos de triángulos particulares a "el triángulo" como objeto geométrico al cual se refieren los teoremas de la geometría. Si la enseñanza de las matemáticas pretende partir de los enunciados generales, entonces ¿cómo "inyectarles" significado para beneficio de los estudiantes?

La experiencia ha mostrado que el camino de lo general a lo particular está plagado de dificultades. Pero tampoco es posible acceder a los enunciados generales, a los conceptos de una ciencia siguiendo, en sentido estricto, un camino inductivo. Las ciencias no son resultado de la inducción. La didáctica tiene que respetar la epistemología de las matemáticas.

En resumen: porque la cognición tiene una naturaleza situada, la didáctica no puede elegir el camino de lo general a lo particular, en sentido estricto, como estrategia didáctica, y porque la ciencia no es resultado de un proceso inductivo inflexible, tampoco puede adoptarse el camino de lo particular a lo general como estrategia didáctica. En-

tonces, ¿qué camino elegir? La construcción de una respuesta a esta interrogante pasa por un análisis de lo particular y lo general, de lo concreto y lo abstracto. Iniciaremos la construcción de la respuesta en la siguiente sección.

### Reflexión sobre la abstracción

La breve referencia al ideal formalista de Hilbert puede reformularse: el significado de los enunciados y de los conceptos del cuerpo teórico surge de las relaciones entre ellos, y no de las relaciones entre un concepto y la realidad que refleja. Sólo importa la lógica interna del sistema, al margen de los significados "intuitivos" que pueden asociarse a los términos.

La manera usual como entendemos la naturaleza abstracta de la matemática proviene de este enfoque. La didáctica tiene que hacer posible que los alumnos accedan a estos niveles de complejidad sin descuidar la naturaleza situada del conocimiento. La clave parece estar en imaginar una forma de abstracción que esté más cerca de lo que, en realidad ocurre en términos cognoscitivos y que no contradiga, sino que complemente, la noción clásica de abstracción. Ésta incorpora la idea de abstracción, pero también la idea de reorganización en un nivel superior de aquello que ya se había aprendido.

Los significados extramatemáticos de una situación se derivan de un escenario que incluye la experiencia previa de quien aprende. Entonces, los recursos que el medio pone a disposición del alumno estimulan la construcción de significados. El medio funciona como un soporte para establecer conexiones entre fragmentos de conocimiento. Desde esta perspectiva, se trata entonces de conectar el conocimiento informal del estudiante con sus fragmentos de conocimiento matemático. En un sentido que puede hacerse más preciso, el medio funciona como una especie de dominio de abstracción.

El trabajo de Carraher y sus colaboradores (1991) sobre las estrategias aritméticas de los oficios, demuestra cómo lo general puede existir dentro de lo particular y cómo las prácticas de las matemáticas de los oficios pueden servir para expresar relaciones matemáticas más generales. Dichas relaciones, que todavía dependen del medio de expresión empleado, son ejemplos de *abstracciones situadas* (Noss y Hoyles, 1996).

Utilizando los recursos estructurantes del medio, se abre la posibilidad de que puedan establecerse conexiones entre distintos fragmentos de conocimiento y así, producir versiones más generales, objetos abstractos en el sentido clásico del término. Objetos que son síntesis de múltiples determinaciones. Para un topólogo, un espacio de Hausdorff, que evidentemente es abstracto, puede ser al mismo tiempo tan concreto como una guayaba.

En consecuencia, lo abstracto y lo concreto no son propiedades del objeto de conocimiento, sino de la relación que se establece entre este último y el sujeto que conoce.

### Nuevos sistemas de representación

En la actualidad, los instrumentos computacionales (las calculadoras algebraicas como la TI-92, las computadoras, etcétera) encarnan sistemas de representación que presentan características novedosas: son sistemas ejecutables de representación que virtualmente ejecutan funciones cognoscitivas que antes eran privativas de los seres humanos. Por ejemplo, graficar una función. Es un proceso que el estudiante ve desplegarse en la pantalla de su calculadora, sin su intervención directa. Desde luego esto no convierte al estudiante en un "desempleado", puesto que ahora su trabajo consiste en interpretar matemáticamente los fenómenos nuevos que aparecen en la pantalla (y no tanto poner a prueba una capacidad operatoria sin referentes).

Estos nuevos sistemas de representación (ejecutables) permiten al estudiante trabajar un problema desde diferentes enfoques cognoscitivos: tomar un punto de vista concreto al analizar una función —el comportamiento de una función continua sin derivada, por ejemplo—, o establecer un punto de vista general; en lugar de analizar el comportamiento de un polinomio puede analizar el comportamiento de una familia de polinomios.

Esto quizá indique que un cambio central dentro de la educación consistirá en abandonar el objetivo tradicional de *fluidex algorítmica* y sustituirlo por el objetivo de *fluidex representacional*. Es decir, que el estudiante pueda manejar un problema en diversos sistemas de representación y ser capaz de interpretar los resultados del tratamiento

que se dé a tales sistemas mediante el instrumento ejecutor del que disponga.

Los nuevos sistemas de representación hacen posible también un campo de experiencia que no estaba antes a disposición del estudiante. Los sensores físicos (CBL, CBR), por ejemplo, que pueden articularse a las calculadoras. El estudiante puede representar gráficamente fenómenos naturales como las variaciones de temperatura, intensidad sonora, etcétera, con datos reales tomados de modo directo del fenómeno. Es decir, todo un mundo de variación y cambio queda a su disposición como parte de su campo de experiencias. Estas nociones de variación y cambio no tienen que ser estudiadas de modo abstracto (en el sentido en que son extrañas a las experiencias del estudiante), sino que puede tejerse alrededor de ellas y con ellas, una red entre ideas y conceptos que dé como resultado una mayor familiaridad con este complejo conceptual.

Las matemáticas, como toda otra actividad intelectual, sufren la profunda influencia de las tecnologías existentes. Con el correr del tiempo, las tecnologías se tornan "invisibles" y las actividades que se generan a partir de ellas se conciben como actividades matemáticas independientes de aquella tecnología. Surge así, por ejemplo, la noción de una actividad matemática "pura", al margen de su entorno sociocultural. En la escuela, las destrezas con los cálculos logarítmicos se conciben como independientes de la herramienta y son "confundidas" con capacidades matemáticas puras. Como si el funcionamiento del sistema cognoscitivo fuera inmune a las herramientas *mediante* las cuales se despliega la actividad intelectual.

Los sistemas de representación clásicos (álgebra, cálculo, ecuaciones diferenciales, etcétera) tienen una característica central: son sistemas de representación diseñados para actuar sobre ellos mediante reglas de transformación bien definidas. Un caso elemental lo constituye la aritmética. Allí están claras las reglas mediante las cuales se realizan operaciones sobre los números. Son sistemas de representación contruidos para operar con ellos.

En cambio, las representaciones ejecutables necesitan la mediación de un procesador sintáctico, como es un lenguaje de programación. Allí se transforma el trabajo cognoscitivo del estudiante: la actividad de construcción de significados se torna central.

La especie humana elabora herramientas con propósitos deliberados. Por medio de su producción hemos alterado nuestra estructura cognoscitiva y adquirido, por así decirlo, *nuevos órganos* para la *adaptación* al mundo exterior. Como se verá en la segunda parte del libro, evidencias sólidas muestran cómo el desarrollo del cerebro en nuestra especie constituye una adquisición tardía, posterior al bipedalismo y en consonancia con el empleo de herramientas. A partir de la fabricación y empleo de herramientas, el tamaño del cerebro se triplicó (Brunner, 1995, p. 46). Puede decirse que el cambio más importante ocurrido al ser humano durante el último medio millón de años ha sido *aloplástico*, es decir, ha sido un cambio producido por sus relaciones con sistemas externos de ejecución, herramientas materiales primero, y después con signos y sistemas de representación orales y de registro escrito.

En la actualidad, las teorías de la cognición de mayor impacto en los contextos educativos, reconocen la pertinencia del principio de mediación instrumental que puede expresarse de la siguiente manera: todo acto cognoscitivo está mediado por un instrumento que puede ser material o simbólico. \*

En este principio de Wertsch (1993) convergen la naturaleza mediada de la actividad cognoscitiva y la inevitabilidad de los recursos representacionales para el desarrollo de la cognición. No hay actividad cognoscitiva al margen de la actividad representacional. ✓

La fuerza de este principio puede ilustrarse de diversos modos. Por ejemplo, en términos filogenéticos (desarrollo de la especie) puede describirse con toda amplitud la historia de construcción de instrumentos y utensilios en las culturas que solemos denominar primitivas; puede ilustrarse fehacientemente lo inseparable de la actividad cognoscitiva y el desarrollo de una forma de *tecnología*.

En palabras más claras: el desarrollo de las ciencias naturales y de las matemáticas constituye un escenario rico en ilustraciones del principio de mediación instrumental. Pensemos en el desarrollo de la biología, por ejemplo. ¿Sería concebible en este momento imaginar el estado actual de esta disciplina sin los recursos tecnológicos que se desarrollaron de manera simultánea con su cuerpo conceptual? El microscopio

no sólo es un instrumento que "ayuda" al patólogo experimental, sino que le da acceso a un nivel de estructuración de la realidad imposible de alcanzar sin el mismo. Entonces, la acción cognoscitiva (del patólogo, en nuestro ejemplo) está mediada por el microscopio y el conocimiento producido está afectado de modo sustancial por dicho instrumento.

Conviene recalcar que el instrumento a que se refiere este principio puede ser material o simbólico.

En el caso de las matemáticas, la mediación se ha dado en esencia por medio de los sistemas semióticos de representación. La historia de dichos sistemas ha mostrado las transformaciones conceptuales en el desarrollo de las matemáticas (Duval, 1998). El proceso de articulación entre el concepto matemático (el "objeto" matemático) y sus representaciones es de mutua constitución. Podría decirse que la evolución de los sistemas semióticos de representación, en el caso de las matemáticas, ha pasado por diversas etapas en las cuales vale la pena señalar: la separación entre las representaciones mentales y las representaciones semióticas. Hay entonces una predominancia de las representaciones semióticas en cuanto a las relaciones con el objeto. Por ejemplo, enfrentados al estudio de las rectas tangentes, los matemáticos del siglo XVII tuvieron que abandonar la idea de la recta tangente como ese objeto ideal que "sólo toca en un punto a la curva" ante los ejemplos de puntos de inflexión en los cuales la tangente atraviesa a la curva. Hubo que tomar una decisión entre el objeto mental (ideal) y lo que las representaciones algebraicas imponían como necesario. Otro momento significativo en el desarrollo de los sistemas de representación matemáticos tiene lugar cuando se logra trabajar con las representaciones como si fueran el objeto. La manera de trabajar con los números reales mediante su sistema de representación decimal es un ejemplo paradigmático de esta etapa.

Los sistemas de representación no cumplen tan sólo una función de comunicación, sino que también ofrecen un medio para el tratamiento de la información y son fuente de significados.

## LA COGNICIÓN SITUADA

En los años recientes, la investigación en educación matemática ha tenido como uno de sus intereses principales demostrar que el aprendizaje y la práctica de las matemáticas no son actividades individuales, aisladas de los contextos socioculturales en los que tienen lugar. Que la enseñanza y el aprendizaje siempre han tenido lugar dentro de contextos sociales que no sólo tienen una influencia, sino que determinan la naturaleza del conocimiento construido. Los estudios que se han organizado alrededor de estas ideas sobre la contextualidad del conocimiento y su importancia para los estudios del acto cognoscitivo se han denominado, genéricamente, estudios sobre la *cognición situada*.

Las investigaciones realizadas desde la perspectiva situada sostienen que los factores sociales y lingüísticos son básicos para el estudio de los procesos de aprendizaje, en particular del aprendizaje de las matemáticas.

Además, tales investigaciones han permitido llevar los estudios sobre la cognición a un ámbito más rico que el tradicional —que ha visto la cognición como un fenómeno que sólo involucra los procesos internos del sujeto—.

De este modo, se ha pasado de concebir la cognición como un fenómeno íntimo del sujeto a verla como un producto eminentemente sociocultural.

## EL SIGNIFICADO DE LAS SITUACIONES ESCOLARES

Las investigaciones de psicología educativa, centradas en el funcionamiento interno del alumno o en el papel de las variables exteriores a la escuela, han evitado, por mucho tiempo, la influencia de las variables intraescolares.

Sin embargo, hoy día, bajo la influencia de la teoría de la *cognición situada*, se han realizado muchas investigaciones relativas a los significados que los alumnos dan a las situaciones escolares. Algunas investigaciones se han interesado en la influencia del prestigio social de la disciplina sobre los desempeños de los alumnos. Se les pidió que reprodujeran la misma figura geométrica en un contexto de dibujo y en otro de geometría. Los

resultados mostraron que los desempeños varían de acuerdo con el soporte disciplinario. Mientras que en el contexto de un curso de dibujo, alumnos buenos y malos obtienen resultados idénticos; en el marco mejor valorado de un curso de geometría, los buenos tienen mejores resultados. Los alumnos aventajados prestan mayor atención a la tarea cuando se ubica en un contexto más elevado. El significado atribuido por ellos a la situación escolar interviene como regulador de su funcionamiento cognoscitivo.

\* La *cognición situada* defiende la idea según la cual las conductas cognoscitivas de un individuo no podrían comprenderse sin tomar en cuenta el entorno en el cual interviene. Los ejemplos anteriores pueden conducir a reconsiderar la interpretación de las dificultades que se encuentran presentes en ciertos alumnos. Un estudiante con problemas no es necesariamente un individuo cuyas capacidades son insuficientes; por el contrario, es tal vez alguien que no percibe el sentido del trabajo escolar o que atribuye a la escuela, a la tarea, o a las expectativas del profesor, otros significados diferentes de los valorados por la institución. El concepto de *claridad cognoscitiva*, por ejemplo, se ha propuesto en el dominio de la lectura para señalar qué tan importante para el logro del aprendizaje es que los alumnos comprendan la finalidad de las situaciones y de las tareas que les son propuestas. La disonancia entre las expectativas de la escuela y las del alumno puede ser una de las expresiones de la distancia cultural entre ellos, noción desarrollada por los sociólogos para explicar las dificultades que tienen alumnos normales provenientes de medios sociales desfavorecidos. Si se sigue esta tesis, se debería dar mayor atención a la clarificación de los contextos escolares y, en particular, a la naturaleza de los acuerdos implícitos y explícitos entre maestro y alumnos.

## Parte II

# Tecnologías y educación matemática

## Aprendizaje y tecnologías. Evoluciones paralelas

### INTRODUCCIÓN

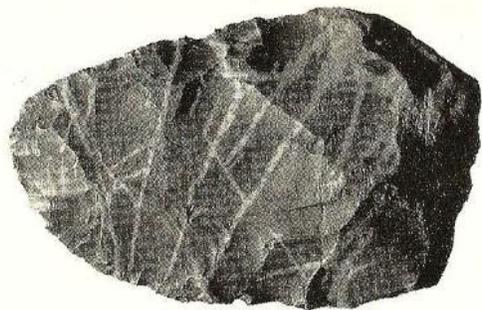
Las primeras versiones del *Homo sapiens* emergieron hace unos 150 mil años, en África (Klein, 2000, pp. 18-19; Tattersall, 2000, pp. 173-174). Estas teorías descansan, entre otras cosas, sobre un hecho establecido en época reciente, a saber, la notable homogeneidad genética de las poblaciones actuales. De África emigró el *sapiens* a todo el mundo y, en cada lugar al que arribó, dejó huella de los instrumentos que sirvieron para hacer posible la vida en medio de condiciones naturales extremas.

Mucho antes de esta diáspora, desde hace 1.5 millones de años, las herramientas de piedra, fabricadas por los homínidos de entonces, eran muy simples. El objetivo principal al construirlas era obtener un atributo muy específico, a saber, un filo. Tal estado de cosas se mantuvo inalterable durante más de un millón de años. Pero en cierto momento, el *Homo erectus*, antecesor muy importante en el linaje evolutivo de los humanos, fue capaz de producir una herramienta nueva: el hacha de mano bifásica (véase figura 3.1). Esta herramienta alcanzó una producción en serie, lo cual indica que existía *un molde* en la mente del fabricante, antes de que se iniciara el proceso mismo de construcción del hacha. Esto implica que el fabricante poseía *memoria voluntaria*. El concepto radicalmente nuevo de *modelo mental*, que subyace al proceso de producción descrito, sugiere un avance cognoscitivo considerable del *erectus*. La posesión del modelo mental atestigua los

poderes de anticipación de su forma de inteligencia, que puede llamarse *operacional*.

Figura 3.1

Hacha bifásica (de hace unos 0.5 millones de años)



De manera deliberada, este poblador del mundo paleolítico construyó herramientas para potenciar su acción sobre el entorno y, además, por primera vez, *usó herramientas para construir otras*.

Tal vez la forma más simple de explicar las consecuencias de la memoria voluntaria sea diciendo que, quien la tiene, *puede repetir de modo intencional un movimiento*. Esta simple posibilidad abre una ventana inmensa de oportunidades. Por ejemplo, cuando se construye una herramienta (un hacha de piedra), se puede guardar en la memoria la secuencia de los movimientos que conducen a la construcción exitosa de dicha herramienta. Tener en la memoria la secuencia completa, equivale a estar en posesión de un *proceso*. Todos los lugares habitados por el *erectus* ofrecen un testimonio de cómo nuestro antepasado logró *difundir* la construcción de las hachas de piedra. Con pequeñas variantes, en cada lugar ha quedado, inequívocamente, el testimonio de esta hazaña cognoscitiva.

Lo que pudo difundirse no fue tan sólo un hacha para copiar. Lo que en realidad se difundió fue el *proceso de construcción*, una suerte de algoritmo que podía ser ejecutado gracias al dominio de los movimientos que iban reproduciendo aquello que estaba guardado en la memoria y que podía transmitirse para que otros lo aprendieran.

Los instrumentos que construía nuestro antepasado se constituyeron en ejemplos de las primeras *representaciones*. Podía representar para sí mismo y para los demás. El cuerpo se tornó entonces en un medio de comunicación y de representación. Un medio de enseñanza.

En forma gradual, el medio de comunicación gestual —uso del cuerpo como sistema de representación— permitió la puesta en marcha de un proceso de innovación cultural. En sentido amplio, la cultura es un entorno interactivo en el cual tiene lugar la vida y la comunicación. El nuevo medio cultural facilitó el desarrollo de una forma de *pedagogía* a partir de la observación e imitación de los movimientos deliberados de los demás. El surgimiento de esta forma de comunicación gestual es un primer paso hacia el desarrollo de una *red de conocimiento distribuido* compartido por una comunidad. La gestualidad proveyó los soportes de la conectividad social y llevó la mentalidad del homínido un paso adelante en la dirección de una cognición colectiva y distribuida. Además, constituye una adaptación controlada por acciones —como señalar con el dedo índice, vocalizar y mover los ojos— que son necesarias para la adquisición posterior del lenguaje en su versión oral. Las limitaciones de la comunicación gestual pudieron ser superadas justamente por la aparición del lenguaje, que se vio favorecida por el control de la vocalización.

Contar y tratar de explicar esta historia evolutiva requiere, de manera forzosa, el diseño de una estrategia de interpolación que permita describir *cómo pudo ser* el proceso evolutivo y luego sustentar el modelo así construido con los datos disponibles que suministran la paleoantropología, los estudios cognoscitivos basados en la neurociencia y, más recientemente, la biología molecular.

El *erectus* vivió desde hace aproximadamente 1.5 millones de años hasta hace unos 400 mil. Ha sido, hasta ahora, el homínido más exitoso en términos de supervivencia. En el transcurso de los siguientes 300 mil años, tuvo lugar una mutación cognoscitiva, que permitió la transición del *erectus* al *sapiens arcaico* y abrió la puerta al *lenguaje hablado*. Los últimos 100 mil años han sido los del *Homo sapiens sapiens* (el hombre que sabe que sabe), en posesión ya de un lenguaje desarrollado, de nuevas técnicas para la producción de instrumentos de hueso —arpones y agujas—, y de un nuevo comportamiento social que se refleja en la forma de preparar las tumbas de sus muertos. Los últimos 50 mil años son muy

especiales: corresponden a lo que ha sido llamado el *big bang* cultural: el origen de la cultura humana como se conoce en la actualidad.

Una serie de destrezas que estaban localizadas en un sector de la actividad humana empiezan a desplazarse a otros sectores. Por ejemplo, se pasa de la producción de instrumentos de piedra, a la fabricación de collares: éste es un ejemplo de transferencia de una habilidad a un nuevo contexto con lo cual se amplía su significación: hay aquí una expansión del significado social de una habilidad. El acceso a la oralidad conlleva un desarrollo mayor de la capacidad de simbolización que debe revisarse con detenimiento.

#### DEL GESTO A LA PALABRA: SUS CONSECUENCIAS

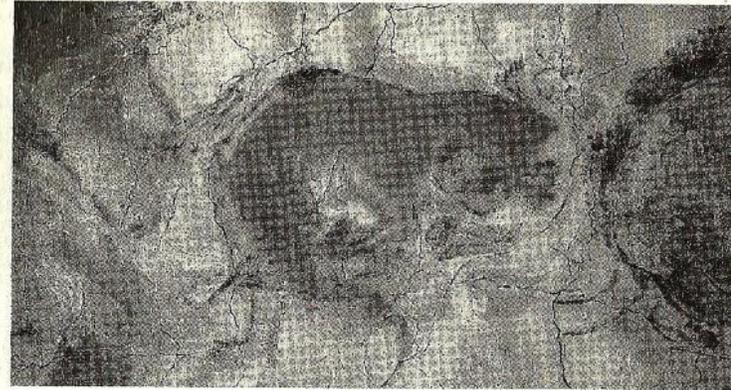
Insistamos en una idea: nuestros antepasados pudieron reconstruir un hacha bifásica siguiendo con atención los pasos del experto. Después, en ausencia de éste, el aprendiz podía reproducir los pasos para la construcción de la herramienta, al extraer de su memoria el proceso que había memorizado, esto es, con claridad, una enseñanza (del experto) y un aprendizaje (del novicio). De esta manera, surge la idea de *modelo* de la herramienta. El procedimiento memorizado se va tornando en la mentalidad del nuevo fabricante, equivalente al objeto que resulta de la activación de ese algoritmo. En otras palabras, *hay un proceso que se torna objeto* en la mentalidad del homínido. Ése es, precisamente, el *modelo abstracto*. Ahora bien, visto como si fuera un objeto, podemos imaginar transformaciones del modelo independientemente del proceso de construcción — aunque después haya que rediseñar el proceso—. Éste es un punto de partida de la creatividad a la que se le abre una ventana de oportunidad debido al carácter *abstracto* del modelo que, justamente por ello, puede ser manipulado mentalmente. La abstracción está pues, desde hace mucho tiempo, en el arsenal de nuestras estrategias cognoscitivas.

Hace unos 50 mil años, hemos dicho, se inicia una especie de explosión cultural: nuevas técnicas para trabajar la piedra, el hueso, el marfil. Nuevas estructuras sociales, intercambio de materias primas a distancias considerables y las pinturas parietales. En la cueva de Altamira, en el Cantábrico español, tenemos lo que se ha llamado *La Capilla Sixtina del*

*Neolítico* (véase figura 3.2). Es imposible contemplar aquellas pinturas sin concluir que los artistas (¿cómo pensarlos de otra manera?) del Neolítico son nuestros contemporáneos. Ese comportamiento sociocultural que brilló entonces constituye una genuina revolución social y simbólica.

Figura 3.2

Las cuevas de Altamira en el Cantábrico español



Podemos imaginar lo que el lenguaje hablado hizo por la construcción de herramientas. Por ejemplo, en determinado momento, el instrumento más complejo requería por lo menos 111 golpes para configurar la plataforma plana que le servía de base, seguidos de un solo y fuerte golpe de extrema precisión para separar el artefacto de la piedra original. Un experto contemporáneo en estas tareas estima que se necesita un vocabulario de más de 250 palabras o signos para transmitir esa habilidad (Burke y Ornstein, 2000, p. 44). La existencia de la *imagen abstracta* de una herramienta de tal complejidad no es concebible en una cultura prelingüística por las dificultades, tanto técnicas como cognoscitivas, inherentes a su elaboración. En síntesis, el lenguaje hablado permitió el perfeccionamiento de la inteligencia técnica de los humanos. Pero no se detuvo allí su influencia. Tal y como señalamos en la sección anterior, el lenguaje funcionó como una especie de *ligamen cognoscitivo* entre las habilidades técnicas y sociales. En posesión de una mayor capacidad de simbolización, sólo era cuestión de tiempo para que el *sapiens*

*sapiens* atribuyera al mundo natural una dimensión social: el trueno, el rayo, se toman como la manifestación del enojo de un ser sobrenatural. Pasan a ser símbolos, es decir, a tener un *significado convenido por el grupo*. El mundo natural queda así reconceptualizado.

Las redes cognoscitivas de nuestros antepasados han ganado en conectividad: hay un tránsito del mundo natural al social, del técnico al artístico —al poner al servicio de la producción de instrumentos de decoración corporal, las habilidades que en su origen estaban al servicio de la producción de hachas—.

La posesión de la lengua hablada permite aprender, no sólo a partir del contacto con los demás, sino de las narraciones orales que pueden venir de tiempos muy alejados en el pasado. Una narración permite *introducir ideas en la mente* de una persona. A partir de ese momento, ya no se puede hablar de ideas innatas, de ideas “propias”. El conocimiento empieza a independizarse de las personas al ser depositado en una narración. La narración se torna entonces una especie de depósito externo del conocimiento. Las personas piensan en el interior de una red cognoscitiva formada por muchas personas. Una historia sobre el origen de una comunidad, por ejemplo, permite hacer partícipes de una red conceptual a quienes conozcan esa narración. A partir de cierto momento, los humanos debieron comprender que la cohesión social del grupo quedaba reforzada con profundidad si podían reconocerse en las narraciones que contaban el origen de su comunidad.

Entre el gesto y el habla hay una distancia considerable. Es verosímil suponer que, como parte del desarrollo gestual, apareció, en determinado momento, el *gesto sonoro*, una especie de vocalización que permitía la comunicación. Esto tiene un antecedente en el entorno de nuestros antepasados, a saber, los gritos de los primates que constituyen un mensaje ellos mismos. Es admisible pensar que esta forma de comunicación que sirve, por ejemplo, para anunciar la presencia de un depredador, luego se transformó en los gestos sonoros que denominamos *onomatopéyicos*, es decir, en símbolos sonoros cuya forma recrea al referente. Puede imaginarse un proceso gradual de perfeccionamiento de estas formas sonoras de comunicación al tiempo que la especie *Homo* va evolucionando y que estarán allí cuando la genética dicte un cambio: una reorganización del cerebro que permita la presencia de la oralidad plena.

Todos los estudios realizados hasta ahora coinciden en señalar lo difícil —si no es que imposible— que resulta fijar el momento de aparición del lenguaje hablado. Lo que puede hacerse (como se sugiere antes) es intentar el trazado de un escenario evolutivo en el cual puedan intercarse los momentos culminantes de la cognición: la memoria voluntaria y la aparición de la lengua hablada. Las condiciones que favorecieron este resultado son muy complejas y van desde condiciones genéticas hasta la necesidad biológico-cultural de la comunicación.

Aquí es importante formular una aclaración: al referirse a la comunicación hay que distinguir *niveles*. Por ejemplo, si pensamos en un lenguaje como en una metodología que le sirve a un animal para comunicarse con otro, entonces podremos reconocer lenguajes anteriores a los humanos: no estaremos, en este nivel primario, involucrando todavía la *intencionalidad consciente* de la comunicación. Algunos autores (Llinás, 2001, pp. 228-229) se refieren a este primer nivel de comunicación como *prosodia* biológica, en el sentido de una forma generalizada de comportamiento motriz, de exteriorización gestual de un estado interno que puede significar algo para otro animal. La gestualidad sistematizada del *erectus* es un ejemplo de este tipo de prosodia, pero en un nivel superior. Sin embargo, existen ejemplos más simples en la escala biológica: la comunicación de las abejas, por ejemplo. Aun en este nivel, ya se puede apreciar un hecho muy importante: estas formas de comunicación requieren un *orden social* para que la información que se trata de comunicar pueda ser usada por el organismo receptor con cierto propósito. Si la comunicación de un estado interno no es captada por otro animal, no habría entonces necesidad de la comunicación. El *significado* tiene que ser parte del mensaje, aun en un nivel biológico básico, es decir, en un nivel de *grado cero* de la comunicación —parafraseando a Roland Barthes (2003, p. 106)—.

En el nivel de los homínidos, las explicaciones previas permiten concluir que tanto la intencionalidad como el significado estaban integrados en el lenguaje gestual. La intención de enseñar a otro cómo construir un hacha, la posibilidad de hacerlo mediante una sistematización de los gestos, tal vez la mirada haciendo contacto con el ojo del otro,

van tendiendo un puente dentro de la organización social de los homínidos. En determinado momento, la complejidad social de los grupos pudo tornarse una presión extraordinaria para tratar de ir más allá de los límites impuestos por el gesto. Esto puede parecer obvio, pero rescata algo crucial: la lengua es un instrumento social. La adquisición de la lengua es de *afuera hacia adentro*. Entonces, ¿qué pudo ocurrir en el proceso evolutivo que permitió el tránsito del gesto a la palabra? Desde luego aquí, como ya se ha señalado, hay niveles en el desarrollo de la palabra. No hay una respuesta tajante a esta interrogación.

Las plumas del pájaro que le sirven para el vuelo en su origen aparecieron para cumplir funciones térmicas. Una vez que aparece una capacidad de este tipo, entonces, a *posteriori*, es favorecida por la evolución. La mano es un instrumento magníficamente adaptado para tocar el piano, para escribir, pero desde luego, éstas no fueron sus funciones originales. Según algunos investigadores (Tattersall, 2000, p. 191), es probable que el habla sea una *propiedad emergente de la organización cerebral*, que pudo responder entonces a la necesidad del medio social de tener mejores instrumentos de comunicación. En el mundo natural, la mayoría de las cosas suceden al azar: un brote de bambú queda expuesto o no al sol; en la corteza cerebral de cierto homínido se forma un nuevo pliegue con consecuencias imprevisibles. Lo que ocurra luego dependerá del medio ambiente, que “escoge” siempre los cambios mejor adaptados, según la teoría de la evolución.

Un ejemplo más puede ayudar a comprender mejor esta situación: imaginemos que hablamos por teléfono con un amigo y le preguntamos: ¿qué ves? Es un modo de extender nuestra visión, mediante el lenguaje, de una manera que resulta imposible para la gestualidad.

El lenguaje nos provee de un instrumento cognoscitivo para ampliar la escala de las experiencias permitiendo penetrar hasta un nivel microscópico de detalle o alejarse para tener una visión panorámica. Es una forma virtual de manipulación —no de cosas materiales, sino del contenido de nuestro imaginario—. Con el lenguaje oral emerge el razonamiento simbólico complejo, nada más y nada menos. Por ello podemos inferir, entre otras cosas, que los artistas del Paleolítico superior poseían un lenguaje desarrollado que daba respuestas a sus necesidades sociales.

Hace un siglo ya que Saussure (1857-1913) afirmó que los lenguajes son producto de interacciones circulares entre dos o más cerebros en lugar de serlo de las operaciones de un cerebro aislado. Traducido a un contexto neural, esto implica que los símbolos evolucionaron para mediar las transacciones entre cerebros más que para servir como un código interno para un cerebro aislado.

La capacidad simbolizadora de la mente humana crea un universo virtual. Los símbolos tienen tal efecto cristalizador sobre la forma de procesar la experiencia, que crean la ilusión de que son la verdadera fuente de la experiencia. Como si la experiencia humana fuera en esencia simbólica. Pero, ¿acaso no necesitamos referentes externos al símbolo? Se retomará esta interrogante en la sección *El lenguaje y los símbolos*.

#### LA PLASTICIDAD CEREBRAL

El cerebro humano parece no haber sufrido cambios drásticos durante los últimos 50 mil años. Esto no significa que el cerebro sea una estructura estática. Las interacciones del cerebro con el mundo exterior tienen un efecto observable sobre la estructura funcional —y anatómica— del mismo. La gigantesca red constituida por la corteza cerebral está reorganizándose de modo constante. Desde luego, estas reorganizaciones dependen en última instancia de las sinapsis que se producen entre las células nerviosas de la red. Lo que resulta muy interesante es que las experiencias de las personas en sus entornos vitales afectan dicha organización. Hay un ejemplo fascinante presentado por Elbert y Heim (2001) para corroborar estas afirmaciones: un violinista, mientras toca su instrumento, manipula las cuerdas con los dedos de su mano izquierda, lo cual involucra un alto grado de procesamiento de información con los dedos de esa mano. El manejo del arco con la mano derecha exige mucho menos procesamiento de información para los dedos de esa mano. Las representaciones corticales (correspondientes a las regiones sensoriales) de la mano izquierda del violinista están más expandidas que las de la mano derecha. Más aún, estas representaciones son mayores que las correspondientes a la mano izquierda de una persona que no toque este tipo de instrumentos. En otro texto clásico

(Changeux, 1997) también se argumenta de manera convincente y clara sobre la reorganización cortical del cerebro.

La mayor parte de las sinapsis en la corteza cerebral se forman después del nacimiento, lo que abre la puerta a que el cerebro quede *impregnado* del medio ambiente material y cultural.

Un ejemplo que deseamos enfatizar se refiere a la escritura. Su aprendizaje transforma la organización funcional del cerebro. Se ha observado que el funcionamiento cognoscitivo de una persona ágrafa es diferente del de una persona alfabetizada. Sus estrategias cognoscitivas son distintas. A este respecto, Changeux (1997) formula una pregunta interesante: "la escritura deja una huella en el cerebro, pero ¿dónde?". A continuación se describen los efectos de los dos sistemas de escritura del japonés (Kanji y Kana) en diferentes partes del cerebro (pp. 245-246).

En su obra *Neural Darwinism* (1987), Edelman llama la atención sobre la "captura funcional" de regiones cerebrales (sobre todo en el neocórtex), que está mediada por el fortalecimiento de ciertas sinapsis que ocurren como resultado de las experiencias. Estas capturas tienen un gran impacto sobre la epigénesis.

Los ejemplos presentados coinciden en resaltar la importancia de la plasticidad cerebral, característica que hace posible la interacción entre la biología y la cultura. Con mayor precisión, entre la biología y el símbolo.

## EL LENGUAJE Y LOS SÍMBOLOS

El lenguaje hablado requiere características anatómicas exclusivas del *Homo sapiens* y de algo más importante: requiere una mente capaz de producir representaciones simbólicas. Por esto, el *Homo sapiens* también se denomina *la especie simbólica* (Deacon, 1997).

Dicho de la manera más simple, *un símbolo es algo que toma el lugar de otra cosa*. Ésa es la impresión que nos formamos al observar una pintura parietal: el bisonte, el toro o cualquier otro animal de los que ahí aparecen representados encarnan una idea que se expresa por medio de ellos. Estamos aquí en presencia de la idea que en semiótica se llama *la referencia simbólica*: esto es, nos referimos a las cosas, a las ideas, mediante los símbolos; incluso podemos referirnos a los símbolos por

medio de otros símbolos. Eso es lo que ocurre en el diccionario cuando buscamos el significado de una palabra y lo encontramos mediante otras. Es como si los símbolos —en este caso las palabras— pudieran tejer por sí solos una red que atrapa los significados. Como si después de cumplir con su función de ser representantes de otras cosas, adquirieran vida propia y ya no necesitaran más de sus referentes. Esto ocurre también con los símbolos matemáticos, con las pinturas y, en general, con cualquier sistema de representación simbólico. El castillo de Hamlet en Dinamarca es un lugar que ha sido visitado por muchas personas que, estando allí, no pueden sustraerse a la presencia del atormentado príncipe. Todo ese mundo simbólico se constituye en una especie de realidad virtual con vida propia. Por eso, en general, decimos que los símbolos tienen tal efecto cristizador sobre las cosas a las que originalmente se refieren, que es inevitable que tomen el lugar de ellas. Esto es algo familiar para quien haya estudiado matemáticas y es por ello que, en lugar de hablar de conceptos matemáticos, se termina hablando de objetos matemáticos como si fueran objetos materiales. Los números dejan de referirse a las cosas que se cuentan con ellos y adquieren vida propia. Algo similar ocurre con las palabras. Por ejemplo, comprendemos el significado de las palabras *vida* y *vacío* en el nivel de poder reconocer si algo tiene vida (en el mundo material en el que estamos insertos) y si un recipiente está vacío. Pero el significado de estas palabras cambia cuando las colocamos juntas en la expresión *Juan ha tenido una vida vacía*. En esta expresión el nivel de abstracción y de significación es mayor.

Los símbolos protagonizan una lucha permanente con su campo de referentes. La asociación de unos símbolos con otros va generando niveles de significación que no estaban presentes cuando los considerábamos por separado. Aquí hay una lección importante para la enseñanza: la abstracción es fuente de significados, no castración de los mismos.

Es muy importante comprender el carácter *arbitrario* que tiene el símbolo. Por ejemplo, cuando escribimos 5 todos entendemos que nos estamos refiriendo al número *cinco*, pero el símbolo empleado es arbitrario.

Al hablar de la plasticidad cerebral, quedó claro que el empleo de los sistemas de representación simbólica y en particular el de la escritura, dejan, de manera paulatina, una huella en la organización sináptica de

la corteza cerebral. Esta observación es importante para el tema que se presenta a continuación.

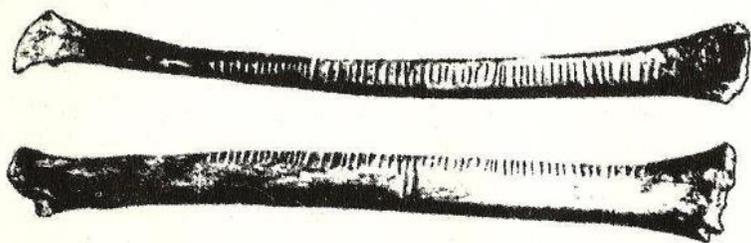
### LA CONSTRUCCIÓN DE LA MEMORIA EXTERNA

Las pinturas parietales de las cuevas de Altamira en el Cantábrico español y de Lascaux, en el sur de Francia, están entre los primeros ejemplos de representaciones externas de hechos explícitos por el *Homo sapiens*. El carácter simbólico de estas producciones implica que había una intención que debió quedar plasmada en la pintura, así que quien supiera cómo leerlas, podría comprender el mensaje que el realizador quería plasmar en su obra. El mensaje ya no necesitaba vivir en la memoria biológica de las personas del grupo. Había quedado plasmado en la pintura, es decir, en un soporte externo de la memoria colectiva e individual.

También se han hallado huesos (tibias de lobo de hace más de 30 mil años) en Moravia, con series de 25 y hasta 30 incisiones (véase la figura 3.3). Parece clara, en estos ejemplos, la intención del autor: usar las marcas como una forma de registro externo de las piezas cazadas.

Figura 3.3

Huesos de lobo con incisiones encontrados en Moravia



Se tienen evidencias del uso de varas sobre las que se trazaban marcas simultáneamente en dos de ellas, con el fin de registrar digamos una deuda por la adquisición de una mercancía. Cada participante en, la

transacción conservaba una de las varas con la información correspondiente al intercambio (Guedj, 1996). Esta socialización de la cantidad ocurrió hace unos 15 mil años. Habría que esperar todavía otros cinco mil años para presenciar la aparición de otros métodos de conteo.

En las comunidades sedentarias, todavía ágrafas, de hace unos 10 mil años, se usaron piedras de diferentes tamaños y formas para representar las cantidades. Aquí ya se aprecia un progreso considerable en la simbolización: un símbolo, es decir, una piedra de cierta forma ya no representa una unidad. Ahora su forma, y así se conviene, indica su valor numérico. Desde luego, lo central aquí es que el valor está dado mediante una convención. Esto nos remite a consideraciones sobre la referencia simbólica formuladas antes.

Puede decirse que la aparición de los soportes de representación externa permitió sustituir ciertas funciones naturales de la memoria mediante el empleo de un sistema artificial de conservación de la información.

Los primeros sistemas de escritura eran sistemas de registros de datos: formas externas para conservar lo que con anterioridad se lograba mediante el recurso biológico de la memoria natural. Ese paso, de gran importancia, transforma la memoria biológica en una memoria tecnológica.

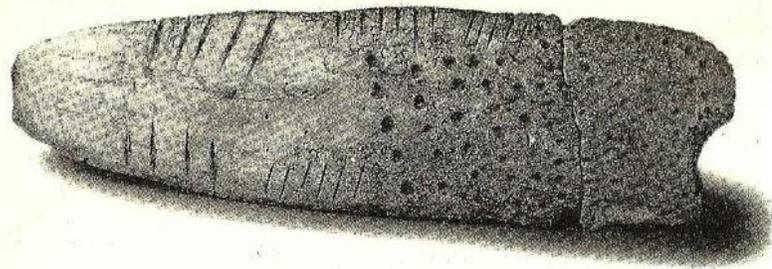
Por ejemplo, hace unos 20 mil años apareció un nuevo tipo de utensilio, que representa la primera utilización deliberada de un artefacto para ampliar la memoria, ya que con él podía registrarse el conocimiento fuera del cerebro.

Cada marca tallada en el bastón —ése era el utensilio— se hacía con un tipo particular de corte como se muestra en la figura 3.4. Algunas son simples rayas, otras curvas, otras puntos. Se trata de una notación genuinamente simbólica pues la referencia del signo, aunque está sugerida por la forma del mismo —recto, puntual, curvado—, es arbitraria.

Las facultades cognoscitivas precisas para confeccionar esos bastones requerían un cerebro capaz de comprender una serie compleja de conceptos visuales y temporales, lo que exige, a la vez, memoria y reconocimiento, exactamente las mismas capacidades requeridas por la escritura y lectura actuales.

La construcción de los primeros calendarios implicaba una actitud teórica con respecto a los eventos astronómicos. De modo que las bases de la observación sistemática y la predicción, ya existían hace cerca de 20 mil

Figura 3.4  
Bastón con las primeras representaciones simbólicas de hace unos  
20 mil años



años. La construcción de estos registros astronómicos permitió mejorar de modo sustancial los modelos mentales espacio-temporales y, a la vez, contribuir al desarrollo de las sociedades agrícolas debido a la importancia que comportaban para la predicción del tiempo.

La invención de los símbolos externos significó una ruptura con respecto a los patrones cognoscitivos de la oralidad. Los símbolos externos, como soportes de la memoria, permitieron la existencia autónoma de registros e ideas, independientes del tiempo y el espacio. El gran descubrimiento griego de la escritura fue, precisamente, que ella servía no sólo como un registro externo y estable de listas, sino también de ideas. Una idea codificada de modo simbólico puede ser examinada por alguien que no estaba presente en el momento de la escritura. Todo esto permite concluir que, si bien la capacidad de representación por medio de la escritura depende de la genética, su realización es cultural.

Desde luego, estas posibilidades de simbolización tienen un impacto considerable sobre los hábitos cognoscitivos de las personas. Por ejemplo, la memoria biológica recurre a la contigüidad temporal y a la similitud para hacer su trabajo, esto es, para recordar. La escritura, por su parte, permite que nos movamos más libremente a lo largo de un texto, en una especie de memoria congelada en el tiempo.

De manera usual, la cultura se define como un conjunto de hábitos compartidos, lenguajes o costumbres que definen una comunidad. Cada

cultura es una gigantesca red cognoscitiva que define el conocimiento de sus miembros, y aquello sobre lo que es importante pensar.

En esencia, la realidad humana es comunitaria. Aunque parezca que realizamos nuestro trabajo cognoscitivo aislados, la mayor parte se realiza dentro de una comunidad que distribuye y comparte el trabajo cognoscitivo.

Podemos pensar que la *tecnología simbólica* es el complejo de actividades necesarias para producir dispositivos externos de carácter simbólico: libros, instrumentos de medición, calendarios, mapas, sistemas de escritura, sistemas de conteo. Todos son instrumentos tecnológicos, de diferentes momentos históricos, diseñados en forma expresa para ayudarnos a fijar la memoria, a pensar y representar la realidad.

La escritura y los demás soportes externos de la memoria permiten un uso creativo de los símbolos. A nadie escapa que el desarrollo de la ciencia es impensable sin el uso esencial de sistemas simbólicos. Un novelista puede tornarse una especie de ingeniero cognoscitivo conduciendo a sus lectores a lo largo de una red de ideas (que constituye su historia) y situaciones que, de otra manera, serían inconcebibles.

El trabajo intelectual requerido para sacar provecho de estos sistemas simbólicos es difícil de adquirir y está muy lejos de constituir una capacidad universal de los humanos, como sí lo es la disposición para aprender a hablar.

La escritura abrió las puertas a la exteriorización del material de la reflexión: volver a leer lo que se ha escrito es un acto que puede conducir a *pensar en lo que se ha pensado*. Esta capacidad, abierta por la escritura, de analizar, de sopesar lo que se ha pensado previamente, es una capacidad *metacognoscitiva*. Pero la escritura puede ir más allá. Cuando analizamos un texto, podemos quitar un párrafo y colocarlo en otra parte. De esta forma se puede generar mayor significado, mejor comunicación. Todo este trabajo cognoscitivo es (casi) imposible de realizar mentalmente. Lo hace posible el texto escrito, el soporte externo de la memoria y del pensamiento que se comporta entonces como una conciencia cognoscitiva externa. Si pensamos que el texto puede ser leído por otra persona distinta de quien lo escribió, comprenderemos que su lectura afecta también la red conceptual del nuevo lector. Después de un tiempo, ese texto habrá contribuido a la creación de ideas compartidas por un grupo. Estamos ante un fenómeno de *cognición distribuida*.

Si producimos un texto, al regresar a él nos enfrentamos con nuestro propio pensamiento. Podemos reflexionar sobre nuestro texto y, mientras lo hacemos, nuestro pensamiento queda modificado por el texto: éste logra generar en nosotros un acto metacognoscitivo. Entonces, los símbolos externos organizados estimulan el desarrollo de la reflexión, del estudio.

## Las tecnologías en la educación matemática

### INTRODUCCIÓN

La enseñanza tradicional induce en los estudiantes la idea de que las matemáticas se refieren a un conjunto de expresiones simbólicas desprovistas de conexión con cualquier fragmento de su conocimiento. La consecuencia natural de esta idea es que el conocimiento matemático se reduce a un conjunto de destrezas para manipular símbolos que, a su vez, permiten la transformación de una expresión simbólica en otra. Y eso es todo. Desde luego, ésta es una concepción muy pobre de las matemáticas que hay que modificar con los procesos educativos. Nos proponemos mostrar cómo un entorno computacional puede servir como principio orientador para lograr las modificaciones deseadas en relación con las concepciones matemáticas de los estudiantes.

### LOS RECURSOS COMPUTACIONALES EN LA EDUCACIÓN

Cuando se usa la tecnología en la escuela, hay que reconocer que no es en sí misma el objeto central de nuestro interés, sino el pensamiento matemático que pueden desarrollar los estudiantes bajo la mediación de dicha tecnología.

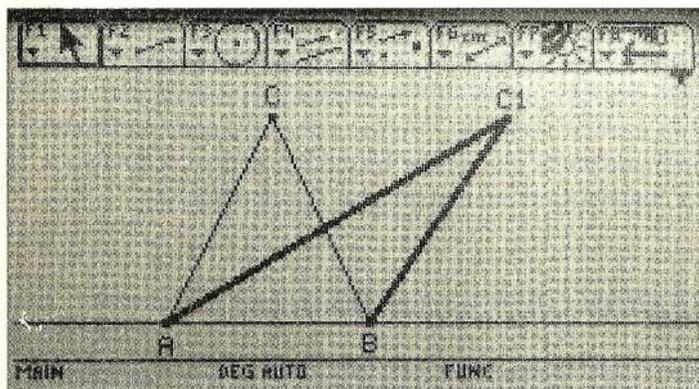
La importancia de las herramientas computacionales para la educación matemática está asociada con su capacidad para ofrecernos medios

alternativos de expresión matemática y formas innovadoras de manipulación de los objetos matemáticos.

Tomemos como ejemplo el universo virtual de la geometría dinámica (*Cabri*<sup>1</sup>). Allí podemos transformar un triángulo en otro mediante el desplazamiento (*dragging*) de la figura geométrica. Este acto, que puede parecer trivial, conlleva una gran potencialidad. Nos permite desplazarnos dentro de una familia de triángulos —virtuales— a la que pertenece el triángulo original, cerrando con ello el diferencial entre un dibujo (representación estática de un triángulo) y el objeto geométrico “triángulo” compuesto por la familia de triángulos a los que se puede llegar mediante las deformaciones que permite el *Cabri* (véase la figura 4.1). Desde este punto de vista, podemos pensar en un teorema como “una propiedad que no puede destruirse” mediante los desplazamientos del entorno. Esta manera de concebir un teorema tiene una ventaja: favorece su conceptualización como la expresión de una propiedad invariante bajo deformaciones dentro del entorno. Se abre un

Figura 4.1

Pantalla de *Cabri* con el desplazamiento de un triángulo



<sup>1</sup> *Cabri* es el acrónimo de “Cahier de Brouillon Interactive” (Cuaderno de dibujo interactivo) desarrollado por el matemático francés Jean-Marie Laborde. Este software puede ser cargado en una calculadora gráfica simbólica del tipo de la TI 92 de Texas Instruments.

camino para las formas de argumentación, dentro del universo virtual del *Cabri*, y ello permite distinguir estas formas de argumentación de aquellas a las que estamos más o menos acostumbrados dentro de los entornos de papel y lápiz.

En el fondo, el problema educativo reside en cómo se construye el significado matemático. Los medios computacionales estimulan la dialéctica entre el proceso de dar sentido a las prácticas cotidianas mediante la organización y la “matematización”, por una parte, y la comprensión de situaciones matemáticas mediante el recurso de darles sentido importándolo de una práctica extramatemática por la otra. Podríamos decir que parte importante de la esencia del pensamiento matemático consiste en establecer conexiones entre distintos fragmentos de conocimiento.

Un medio computacional permite generar una especie de realidad (virtual) matemática. Trabajar en un medio computacional permite comprender cómo los recursos de ese medio estructuran la exploración y cómo los recursos expresivos del medio favorecen la sistematización (Noss y Hoyles, 1996).

Un medio computacional es un dominio de abstracción allí el alumno puede expresar la generalidad matemática, en dependencia del medio, aunque sus expresiones apuntan más allá, hacia las descripciones abstractas de las estructuras matemáticas. Se hace posible explorar ideas dentro de ámbitos particulares, concretos y manipulables, pero que contienen la semilla de lo general, lo abstracto y lo virtual.

Los medios computacionales funcionan como *recursos estructurantes* de la exploración matemática de los estudiantes. Pueden generar ideas que se expresan por el medio, que están íntimamente vinculadas y articuladas a él. Es en ese sentido que el medio constituye un dominio de abstracción. Dentro de un dominio de abstracción es posible desencadenar una exploración sistemática y construir argumentos en favor de una proposición que, si bien no constituyen una demostración formal, sí constituyen, en el interior del dominio de abstracción correspondiente, una argumentación para resultados “locales”, es decir, expresados en el lenguaje del medio y cuyo sentido proviene de él, aunque puedan tener un nivel de generalidad mayor. Llamaremos a estas argumentaciones demostraciones situadas. En cierta manera, son argumentaciones que respetan la “ecología” del entorno que les da soporte expresivo.

Los estudiantes son capaces de articular los resultados de sus exploraciones de manera tal que éstos puedan ser llevados más allá del medio computacional, o puedan dar lugar a nuevas versiones de un resultado que hacen clara la visibilidad del medio computacional.

Daremos ahora un ejemplo de ello: el caso de las funciones continuas sin derivadas.

La serie de potencias,

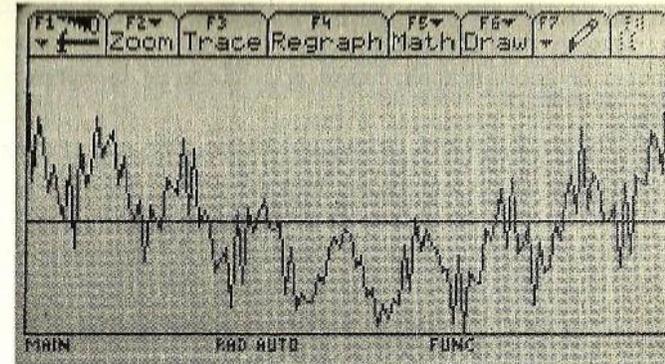
$$F(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n \cos(9^n \pi x)$$

define una función continua sin derivadas. Éste es un resultado clásico de Karl Weierstrass (1815-1897). Al graficar los polinomios correspondientes (haciendo variar  $n$  entre 0 y 5, después entre 0 y 7, y así en forma sucesiva) el estudiante empieza a descubrir el grado de complejidad de la función, aunque sólo sea desde una perspectiva visual al apreciar cómo se va graficando sobre la pantalla de su instrumento computacional. Haciendo uso del acercamiento (*zoom*) que viene incorporado, por ejemplo, a la calculadora TI-92, puede descubrirse más sobre la complejidad de la función y la imposibilidad de un plano de representación (la pantalla) cuya resolución es finita, para exhibir la gráfica "como es en realidad" (véase la figura 4.2). De nuevo, aquí surge la posibilidad de enunciar una "versión virtual" del teorema. Es decir, un enunciado situado, que tome en consideración la naturaleza del medio expresivo que estamos empleando. Los recursos estructurantes que suministra el medio contribuyen al proceso de construcción de significado para este resultado fundamental de la teoría del cálculo.

Sobra decir que para obtener los mayores beneficios de estos ejemplos, es fundamental tener a mano una calculadora como la TI-92 con el propósito de ir comprobando las afirmaciones hechas sobre la fenomenología del entorno informático dentro del cual se trabaja.

Figura 4.2

Pantalla de Cabri con la Función de Weierstrass graficada para  $n = 5$  y para  $n = 7$



#### REPRESENTACIONES EJECUTABLES

Desde una perspectiva cognoscitiva, el mayor desarrollo de la cultura teórica consiste en la aparición de un soporte externo de la memoria. ✓

La memoria de corto plazo es como un recipiente de almacenamiento transitorio para los procesos mentales. No es, sin embargo, la parte del intelecto en donde se desarrolla la transformación de la información en conocimiento. Es la memoria externa la que, con mayor frecuencia, genera ese espacio de reflexión necesaria para transformar la información.

Cuando una persona escribe un texto con papel y lápiz, ese producto sirve como objeto de reflexión para el escritor. Pero, ¿ocurren cosas distintas cuando se escribe un texto utilizando un procesador de palabras? Uno puede, por ejemplo, usar el corrector de ortografía para revisar el texto; ésta es una función que anteriormente estaba reservada a los seres humanos. La máquina no sólo registra el pensamiento del escritor, sino que *procesa la información* que queda registrada en ese medio de representación externa. Eso mismo ocurre cuando se efectúa una operación aritmética con una calculadora, o cuando se usa la agenda electrónica para recuperar un número telefónico.

Veamos otro ejemplo: cuando un científico usa un programa estadístico, introduce una serie de datos y el *software* los organiza en una representación gráfica. El científico puede interpretar esa gráfica y extraer conclusiones de ella. Pero no tiene que saber cuál fue el proceso que utilizó el *software* para generar la gráfica. Lo que importa entonces es su capacidad de decodificación frente al producto de la representación ejecutada.

En todas estas situaciones, la máquina hace algo más que registrar información: pasa de un sistema de representación a otro (de los datos numéricos que ha recogido el científico a la representación gráfica de los mismos) mediante la *ejecución* del primer registro de representación.

De modo que al usarse una computadora no sólo se dispone de un soporte de representación externa (como es un cuaderno), sino de la posibilidad de someter y procesar esa información de cierta manera, debido a la ejecutabilidad del sistema de representación que suministra la máquina. La máquina externa un proceso cognoscitivo.

Resulta interesante hacer notar que la manipulación a la cual podemos someter los objetos matemáticos en sus versiones electrónicas ha ido generando un nuevo "realismo" matemático del que se puede sacar mucho provecho didáctico (Balacheff y Kaput, 1996). Las versiones electrónicas de los objetos matemáticos son como *objetos virtuales*. Pero esto no sólo ocurre con los "objetos" matemáticos. También podemos sentir la "materialidad" del texto escrito sobre la pantalla de una computadora de la siguiente manera: iluminamos unas líneas del texto, usando nuestro dedo virtual, es decir, el "ratón". Luego de "cortar" esas líneas, las "pegamos" en otro lugar. Esta sencilla acción ilustra cómo podemos tratar el texto como si fuera un objeto físico, aumentando con ello el "realismo" del texto escrito: se le puede *intervenir* como si fuera un objeto material.

Pero desde hace tiempo hay elementos que podemos designar como "virtuales" en la matemática clásica: ya lo indicamos antes que cuando se trabaja con los números, es decir, con la notación decimal de los números, se hace como si esas notaciones fueran los números mismos.

Eso es un desarrollo clave en las matemáticas: trabajar con las representaciones como si ellas fueran "el objeto" que se está explorando. Lo que ahora enfatizamos no es tan sólo la presencia de un elemento virtual,

sino la *ejecutabilidad* de los sistemas de representación y con ello, la nueva dimensión que alcanza la virtualidad de los objetos bajo las nuevas formas de manipulación.

Las consideraciones anteriores permiten extraer la siguiente conclusión: los medios computacionales contribuyen a generar una nueva cultura basada en la ejecutabilidad de procesos algorítmicos muy generales. Para ello, ha sido central la capacidad de trasladar a los lenguajes de programación los algoritmos que controlan las transformaciones de sistemas formales, como la aritmética y como nuestro sistema de escritura. La tecnología informática permite generar sistemas de representación ejecutables mediante los cuales se logra instalar aspectos de nuestro pensamiento en soportes semióticos reproducibles con facilidad. Dichos soportes, en forma gradual, se tornan parte de nuestro pensamiento —como cuando resolvemos un problema aritmético mediante el uso de la representación decimal de los números—. Esta forma de representar los números se ha tornado tan familiar, que ya no somos conscientes de que cuando realizamos una suma, por ejemplo, ese sencillo acto cognoscitivo depende del sistema de representación y no es tan "puro", en términos cognoscitivos, como suele pensarse. De manera que la suma no la hacemos solos, sino ayudados por el sistema decimal de representación de los números. Podemos incluso, hacer una referencia histórica de mucha importancia sobre nuestro ejemplo del sistema decimal: los cálculos astronómicos llevados a cabo durante el Renacimiento se pudieron realizar gracias a las tablas de logaritmos, que dependen sustancialmente del sistema decimal.

Es central observar que los sistemas de representación no sólo sirven para registrar datos, sino para ampliar la capacidad de procesamiento de la mente humana. Al instalarlos en soportes ejecutables potenciamos la capacidad de procesamiento a nuestra disposición: no somos ya auxiliados por un sistema de representación, sino somos nosotros más nuestro nuevo socio cognoscitivo: la computadora.

## La cultura informática

### CIENCIA Y SOCIEDAD

El futuro ciudadano pertenecerá a un mundo muy tecnificado, prefigurado ya en el nuestro. Aun si se pudieran prever algunas modificaciones en la trayectoria, esta evolución parece irreversible. La transformación radical de nuestros medios de locomoción y comunicación tiene un impacto formidable en nuestra vida cotidiana. Esta influencia tecnológica provoca trastornos mayores en nuestros comportamientos y modela nuestra mentalidad, lo que puede conducir a un mundo muy diferente del que vivimos o aun del que sospechamos. Esta mutación drástica exige que todo ciudadano esté inmerso en una cultura científica y técnica que le proteja ante la perspectiva de una existencia reducida a la de un simple consumidor bulímico y pasivo.

Es conveniente que el cuerpo social no sea ajeno a la orientación de la investigación ni al desarrollo de las ideas. La importancia actual de las preocupaciones económicas es una demostración evidente de ello. De hecho, la interacción entre el dominio científico y técnico, y el cuerpo social es un dato permanente. Estas relaciones han de analizarse como elemento esencial de la cultura científica.

Podemos establecer una analogía entre una persona alfabetizada y una computadora puesta en una red. Por ejemplo, una que tenga acceso a Internet. Esa computadora tendrá entonces acceso a mucha información “que no reside en su disco duro”. La persona, por su parte, podrá tomar cualquier libro de su interés y tener entonces acceso a la información que se halla contenida en él. Si adquiere una copia del libro para su uso personal, esa información estará disponible para ella, aunque no resida en su memoria biológica. Mejoremos un poco el ejemplo: imaginemos a esa persona *en red* con la biblioteca de su universidad. Entonces, saber leer le abre la oportunidad de acceder a un sistema de memoria externa representado por la biblioteca. Esto tiene un impacto considerable: la biblioteca, como base de datos, es accesible a quien posea el código para entrar (es decir, para quien sepa leer); aquellos que pueden entrar comparten una fuente de conocimiento codificado. En otras palabras, tienen acceso a un soporte común de memoria externa. La *cognición distribuida* —la cognición vista como una red que se activa mediante la comunicación entre las personas— entre ese grupo de personas rebasa a la de cualquiera de los miembros del grupo.

En el pasado, los conocimientos, las intuiciones, las visiones, fueron guardados en diversos soportes externos de la memoria; en religiones, mitos y tradiciones orales. La existencia de estos soportes externos permitió, con posterioridad, el acceso de muchas personas a las ideas contenidas en tales sistemas artificiales de la memoria.

Consideremos de nuevo el ejemplo de la computadora con conexión a Internet. Las limitaciones propias de la computadora pasan a un segundo plano, pues ahora la información que se halla en la red queda a disposición de los usuarios. Entonces, para describir las capacidades de la computadora resulta mejor referirnos a las capacidades de la red y no limitarnos a lo que la computadora puede hacer por sí misma, si la desconectamos de esa red.

Los efectos estructurantes de la cultura y la tecnología sobre el individuo, terminan siendo los más importantes, ya que el individuo “siempre está en red con los demás”.

La escritura implicó un cambio que llevó de lo meramente auditivo a lo visual (proyectó el sonido sobre el espacio textual) y propició una reorientación hacia medios no biológicos para que sirvieran de soporte a los procesos mentales de razonamiento. Resulta pertinente concebir el desarrollo de la escritura desde la perspectiva de las capacidades semióticas de los seres humanos.

Las ideas, las opiniones, las teorías científicas, las novelas, etcétera, forman parte del mundo, así como las cosas materiales. Usando una expresión contemporánea, diremos que el lenguaje nos permite la elaboración de un *universo virtual*. Desde luego, mediante la escritura se reafirma este proceso de creación de mundos que van más allá del mundo puramente físico. Esto es cierto tanto en las artes como en las ciencias. Es cierto tanto de las novelas como de las teorías científicas.

Los soportes externos de la memoria tienen efectos profundos sobre el *nivel funcional* de la memoria biológica que se ve transformado por dichos soportes. Por ejemplo, la memoria de una persona está *conectada* a fotografías, diarios, anuarios escolares y muchos otros artefactos simbólicos coleccionados a lo largo de su vida.

#### LA CULTURA VIRTUAL

Vivimos inmersos en un mundo sociocultural que es resultado de la consolidación de los sistemas de representación asociados con la visualización y la escritura. De allí ha surgido el pensamiento científico, las artes plásticas y muchos otros valores culturales de nuestras sociedades. El cine, la música grabada, las caricaturas; los sistemas de representación de las ciencias, que solemos llamar “lenguajes especializados”, son todos ellos ejemplos de la capacidad puesta a nuestra disposición por los sistemas de representación externa. En la actualidad, la capacidad de dichos sistemas se ha visto incrementada por la capacidad de procesamiento que se controla desde los instrumentos computacionales.

Vale la pena traer al análisis sobre la “realidad virtual” muchas de las formas que ésta ha tomado en el pasado. Esto es pertinente para desalojar a la expresión de la carga negativa que sugiere: realidad virtual como realidad artificial, alejada de nosotros. Y entonces surge la

pregunta: ¿para qué dedicar esfuerzos a una realidad virtual, cuando tenemos ante nosotros la "realidad real"?

Sin embargo, esta manera de interpretar la realidad virtual es equivocada. Veamos por qué.

La historia que hemos narrado en las primeras secciones del libro muestra, de manera fehaciente, que la intervención de los humanos en el mundo ha tenido como consecuencia la *humanización* de ese mundo. Para nosotros "el mundo" es sobre todo el mundo cultural, humanizado mediante el cúmulo de transformaciones que hemos efectuado sobre él con nuestras herramientas. Nos referimos a herramientas tanto materiales como simbólicas. Como hemos dicho, desde sus comienzos, la construcción de herramientas comportó un cambio en la visión del mundo: el mundo se visualizó como objeto de las transformaciones realizadas mediante las mismas. De allí que esos esfuerzos de transformación lo hayan humanizado. Frente al mundo natural, hemos construido un mundo virtual, justamente nuestro mundo sociocultural.

No tiene sentido hablar de "humanizar las tecnologías": éstas son profundamente humanas. De lo que se trata es de socializarlas.

Cuando, como resultado de la evolución, los humanos pudieron referirse a sus sueños de la noche anterior, se estaban refiriendo a sucesos virtuales. En efecto, ¿dónde habían tenido lugar esos sueños? De la misma forma cuando uno se refiere a los recuerdos, accede a un mundo virtual que, para nosotros, tiene un grado de realidad comparable a aquello que ocurre ante nuestros ojos.

La novela es un mundo virtual hecho posible por la escritura. De manera que la virtualidad, como parte de nuestro mundo, no es algo de nuevo cuño. Ha estado con nosotros desde hace ya bastante tiempo. Sólo que estas realidades nos son tan "naturales" que difícilmente aceptaremos, sin pensarlo, calificarlas de virtuales. ¿Y qué decir de la realidad creada por el teléfono? ¿O la creada por la radio, por la televisión? Todas son resultado de tecnologías que ya se han tornado invisibles en el seno de nuestras sociedades. Invisibilidad: rasgo de las tecnologías, que no es otro que el reconocimiento, casi siempre tácito, de que algo extraño a nosotros mismos se ha tornado natural.

En su obra, *De la Ceca a la Meca*, el escritor Juan Goytisolo nos dice: "Hubo un tiempo en el que lo real y lo imaginario se confundían, los

nombres suplantaban a las cosas y las palabras inventadas se asumían al pie de la letra y se concebían como seres de carne y hueso" (citado en Carbonell y Sala, 2000). Hoy día, ¿cuál es ese mundo? Es uno quizá en extinción, pero no a causa de la digitalización, sino de la escritura. Es el mundo de los juglares, que cede su espacio al de la escritura, más universal y más eficaz para comunicar las ideas a través del tiempo y del espacio.

A fuerza de interiorizar las acciones y tentativas físicas, vamos generando modelos simbólicos a los cuales la escritura suministra soportes físicos de representación que permiten algo extraordinario: la capacidad de previsión. Sin duda, esto forma parte de la base del éxito evolutivo de nuestra especie.

#### CONSIDERACIONES FINALES SOBRE LA TECNOLOGÍA

La forma de emplear la tecnología pasa, al inicio, por un proceso de amplificación y, después, por un proceso más complejo, de reorganización. La amplificación puede definirse: "hacer lo de antes, pero mejor". En tanto, que la reorganización: "hacer nuevas cosas y reorganizar las anteriores en función de las nuevas posibilidades".

Por ejemplo, al automóvil se le llamó en sus comienzos "coche sin caballos". Fue un nombre efímero, pero suficiente para reflejar la actitud de ese tiempo hacia la tecnología del transporte. Una actitud que procuraba asimilar el nuevo medio de transporte a otro producido por una tecnología anterior. El automóvil era concebido como un tipo diferente de coche, pero en el fondo seguía siendo un coche. Las expectativas sobre el automóvil equivalían a las expectativas sobre un *proceso de amplificación* (es decir, a una mejora del medio de transporte): Más adelante, se produjo un cambio de actitud: los automóviles empezaron a ser vistos como algo nuevo *para algo distinto*. Esto implica la existencia de nuevas categorías de referencia, nuevos patrones estéticos, etcétera.

Una idea muy difundida sobre la tecnología consiste en verla como un medio para la superación de las limitaciones que la naturaleza impone a las personas. Es decir, la tecnología se ve como una prótesis para reforzar el dominio sobre la naturaleza. Esto es, en parte, correcto, pero hay un efecto

más sutil, más profundo, que las tecnologías producen sobre una sociedad: *la tecnología es un principio estructurador*. En los centros urbanos, la vida cotidiana gira en torno a los productos tecnológicos: transporte, comunicación telefónica, medios impresos, televisión y un sinnúmero de instrumentos que, de maneras explícitas e implícitas, moldean nuestra percepción de ese entorno urbano hasta el punto de hacerse inseparable de él.

La invención de la imprenta (a mediados del siglo XV) puso en marcha una revolución social cuya onda expansiva llega hasta nuestros días.

Pero mucho antes, las pinturas en las rocas habían cedido el paso a las tablillas de barro húmedo sobre las cuales se imprimían a presión los caracteres cuneiformes; luego de la cerámica vinieron las pieles de animales marcadas con textos y más tarde los rollos de papiro. Para el año 100 de la era cristiana ya había aparecido el códice, pero no fue sino hasta el siglo IX cuando se produjo el primer libro de papel.

Podemos ver la imprenta como la continuación de un desarrollo tecnológico que ya no se especializa en generar instrumentos auxiliares para la actividad del cuerpo —herramientas para aumentar la potencia física—, o que se proponen el control del entorno físico inmediato —sacar ventaja del viento en la navegación—. En una primera instancia, la tecnología asociada con la imprenta se propone amplificar la capacidad de difusión de un texto, pero termina impactando los estilos cognoscitivos mismos. De manera importante, genera un campo de memoria externa cada vez mejor estructurado.

El microscopio y el telescopio, desde el siglo XVII, marcaron un momento histórico de clara convergencia entre la ciencia y la tecnología. Resulta imposible pensar en la astronomía contemporánea, por ejemplo, al margen de sus instrumentos de observación —a partir del telescopio de Galileo—.

Entre el astrónomo y el planeta, ¿cuál es el instrumento de mediación? Hasta Tycho Brahe (1545-1601)<sup>1</sup> el instrumento es el ojo del astrónomo sin más. Luego, la mediación la encarna el telescopio.

<sup>1</sup> Tycho Brahe fue un astrónomo danés; fue el último en hacer un gran número de observaciones sin usar telescopio. Kepler enunció sus leyes del movimiento planetario a partir de las observaciones de Brahe.

La historia de la disciplina está registrada en la historia de la evolución de ese instrumento. Es claro que el objeto de la observación cambia cuando se transforma el instrumento mediador y, en consecuencia, se modifica el conocimiento producido. Del microscopio, puede decirse algo análogo.

Los efectos de la tecnología no sólo los hallamos en la naturaleza, sino también en las organizaciones sociales. Sin ir más lejos, podemos ilustrar esta situación mediante los efectos del reloj en las sociedades. Dicho instrumento transforma las relaciones de los ciudadanos con el tiempo de su cotidianidad. Para ellos el tiempo no sólo está hecho de instantes, sino también de minutos, de horas, de años, de ciclos escolares, etcétera. Los instrumentos mediadores han dejado allí su huella indeleble.

El siglo XIX fue pródigo en “tecnologías informáticas”. Entre 1850 y 1900 se sentaron las bases para el desarrollo del telégrafo, del teléfono, del fonógrafo, de la radio y de otras tecnologías, que constituyen antecedentes fundamentales de las modernas tecnologías audiovisuales (desarrolladas durante el siglo XX) y de Internet.

En las discusiones sobre las tecnologías de hoy, tendemos a ver como productos tecnológicos sólo aquellos que han sido desarrollados durante nuestro tiempo. Las computadoras son tecnología, pero el lápiz, el papel, el bolígrafo, los libros, el signo =, el pizarrón y el alfabeto, no lo son. Pero en realidad sí: son tecnologías inventadas por el ser humano para servir de *amplificadores* y *reorganizadores* a su cognición. Si adoptamos este punto de vista, entonces la computadora pierde ese aire de instrumento “extraño” con el cual la vemos y pasa a formar parte de un proceso natural de desarrollo sociocultural.

## Bibliografía

- Bachelard, G. (1932). *La formation de l'esprit scientifique*, Editions Vrin, París.
- Balacheff, N. y J. Kaput (1996). "Computer-based Learning Environment in Mathematics", en A. Bishop *et al.* (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Holanda.
- Baruk, S. (1985). *L'age du capitaine*, Editions du Seuil, París, Colección Points Sciences, Núm. 83.
- Barthes, R. (2003). *El grado cero de la escritura*, Siglo XXI Editores, Buenos Aires.
- Bloom, H. (2000). *Global Brain: The Evolution of Mass Mind from the Big Bang to the 21st Century*, John Wiley & Sons, Nueva York, NY.
- Brousseau, G. (1996). "Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques" en J. Brun, *Didactique des mathématiques*, Delachaux et Niestlé, Lausana, pp. 45-143.
- \_\_\_\_\_ (1986). *La théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques*, Tesis, Universidad de Burdeos I, Francia.
- \_\_\_\_\_ (1976). "Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques", en W. Wanhamme y J. Wanhamme (Eds.), *La problématique et l'enseignement des mathématiques*, Actes de la XXVIIIème rencontre CIEAEM, Lovaina, agosto 5-12, pp. 101-117.
- Bruner, J. (1983). *Child's Talk: Learning to Use Language*, Oxford University Press, Oxford.

- Bruner, J. (1995). *Desarrollo cognitivo y educación*, Ediciones Morata, 2a. ed., Madrid.
- Burke, J. y R. Ornstein (2000). *Del hacha al chip*, Planeta, Barcelona.
- Carbonell, E. y R. Sala (2000). *Planeta humano*, Ediciones Península, Barcelona.
- Carraher, T., D. Carraher y A. Schliemann (1991). *En la vida diez, en la escuela cero*, Siglo XXI Editores, México.
- Changeux, J. P. (1997). *The Neuronal Man*, Princeton University Press, Princeton, NJ.
- Chevallard, Y. (1991). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*, La Pensée sauvage, Grenoble.
- Cole, M. (1999). *Psicología cultural*, Alianza Universidad, México.
- Deacon, T. (1997). *The Symbolic Species: The Coevolution of Language and the Brain*, Norton, Nueva York, NY.
- Donald, M. (2001). *A Mind so Rare, The Evolution of Human Consciousness*, Norton, Nueva York, NY.
- \_\_\_\_\_ (1992). *Origins of the Modern Mind, Three Stages in the Evolution of Culture and Cognition*, Harvard University Press, Cambridge, MA.
- Duval, R. (1998). "Signe et Object (I)", en *Annales de Didactique et Science Cognitives*, 6, IREM, Estrasburgo, pp. 139-163.
- Edelman, G. (1987). *Neural Darwinism*, Basic Books, Nueva York, NY.
- Elbert, T. y S. Heim (2001). "Cortical Reorganization: A Light and a Dark Side", en *Nature*, Vol. 411, p. 139.
- Filloux, J. (1974). *Du contrat pédagogique*, Dunod, París.
- Guedj, D. (1996). *L'Empire des Nombres*, Gallimard, París, Colección Découvertes.
- Henri, F. y K. Lundgren-Cayrol (1997). *Apprentissage collaboratif a distance*, Téléconférence et Télédiscussion, Rapport interne No 3, Versión 1.7, LICEFF Centre de Recherche, Campus Virtuel, Montreal, Canadá. Disponible en <http://licef.telug.quebec.ca/Bac/fiches/f48.htm> o en <http://licef.telug.quebec.ca/Bac/elements/E48-E50.zip> (consultado el 30/06/03).
- Hilbert, D. (1997). *Foundation of Geometry*, Open Court Publishing Company, 9a. ed., Chicago, IL.

- Ibrah, G. (2000). *The Universal History of Numbers: From Prehistory to the Invention of the Computer*, John Wiley & Sons, Nueva York, NY.
- Kant, M. (1987). *Crítica de la razón pura*, trad. Francisco Larroyo, 7a. ed., Porrúa, México.
- Klein, R. (2000). "L'art est-il né d'une mutation génétique?", en *La Recherche, hors série No. 4: La naissance de l'art*, p. 18.
- Kozulin, A. (1994). *La psicología de Vygotski*, Alianza Editorial, Madrid.
- Llinás, R. (2001). *I of the Vortex, From Neurons to Self*, MIT Press, Cambridge, MA.
- Noss, R. y C. Hoyles (1996). *Windows on Mathematical Meanings*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Holanda.
- Ong, W. (1999). *Oralidad y escritura*, Fondo de Cultura Económica, México.
- Perret-Clermont, A. N. (1996). *La construction de l'intelligence dans l'interaction sociale*, 1a. ed., 1979, Peter Lang Publishing, Berna, Suiza.
- Piaget, J. (1983). *El lenguaje y el pensamiento en el niño. Estudio sobre la lógica del niño (I)*, 1a. ed., 1923, Editorial Guadalupe, Buenos Aires.
- Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies: une approche cognitive des instruments contemporains*, Armand Colin, París.
- Rubia, F. (2000). *El cerebro nos engaña*, Temas de Hoy, Madrid.
- Rudgley, R. (2000). *Los pasos lejanos: una nueva interpretación de la prehistoria*, Grijalbo, Barcelona.
- SEP (1994). *El libro para el maestro. Matemáticas. Secundaria*, Secretaría de Educación Pública, México.
- Schmelkes, S. (1998): "Reforma curricular y necesidades sociales en México", en *Revista Investigación en la Escuela*, Núm. 36, Diana Editora, Sevilla, pp. 65-74.
- Schneuwly, B. (1995). "De l'importance de l'enseignement pour le développement: Vygotsky et l'école", en *Psychologie et Éducation*; Núm. 21, pp. 25-38.
- Slavin, R. (1991). "Cooperative Learning and Group Contingencies", en *Journal of Behavioral Education*, Vol. 1, Núm. 1, pp. 105-115.
- \_\_\_\_\_ (1978). *Using Student Team Learning*, The Johns Hopkins Learning Project Team, Baltimore, MD.
- Stringer, C. y R. McKie (1997). *African Exodus: The Origins of Modern Humanity*, Henry Holt & Company, Inc., Nueva York, NY.

- Tattersall, I. (2000). *Becoming Human*, Oxford University Press, Oxford.
- \_\_\_\_\_ (1998). *Becoming Human: Evolution and Human Uniqueness*, Harcourt Brace, Nueva York, NY.
- Vergnaud, G. (1991). *El niño, las matemáticas y la realidad: problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*, Trillas, México.
- Vygotsky, L. (1986). *Pensamiento y lenguaje*. Edición a cargo de A. Kozulin, Paidós, México.
- Wertsch, J. (1993). *Voces de la mente*, Visor Distribuciones, Madrid.
- Yackel, E. y P. Cobb (1995). "Classroom Sociomathematical Norms and Intellectual Autonomy" en L. Meira y D. Carraher (Eds.), *Proceedings of the 19th International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, Recife, Brazil, pp. 264-272.
- Winer, L. R., M. Chomienne y J. Vázquez-Abad (2000). "A Distributed Collaborative Science Learning Laboratory on the Internet", en *American Journal of Distance Education*, 14 (19), pp. 47-62.